

Técnicas Baseadas em Subespaço para Reconstrução de Faces Parcialmente Ocluídas: Um Estudo Comparativo

Jonas Mendonça Targino¹, Sarajane Marques Peres¹, Clodoaldo Aparecido de Moraes Lima¹

¹Programa de Pós-graduação em Sistemas de Informação (PPgSI)
Universidade de São Paulo (USP)
CEP: 03828-0000 – São Paulo – SP – Brazil

{jonas.mendonca, sarajane, c.lima}@usp.br

Abstract. *Facial recognition systems in uncontrolled environments need to deal with variations in illumination, pose, expression and occlusion, which introduce intraclass variations and degrade recognition performance, unlike controlled environments that have satisfactory results. Compared with problems of pose, illumination and expression, the problem related to occlusion is relatively little studied in the area. In the literature there are some PCA-based techniques that have been applied to the occlusion problem. However, there is no study showing the pros and cons of each variation. This work aims to present a comparative study involving techniques based on subspace for the task of reconstruction of partially occluded faces.*

Resumo. *Os sistemas de reconhecimento facial em ambientes não controlados precisam lidar com variações de iluminação, pose, expressão e oclusão, as quais introduzem variações intraclasse e degradam a performance de reconhecimento, diferentemente dos ambientes controlados que apresentam resultados satisfatórios. Comparada com problemas de pose, iluminação e expressão, o problema relacionado à oclusão é relativamente pouco estudado na área. Na literatura existem algumas técnicas baseadas em PCA que tem sido aplicadas ao problema de oclusão. No entanto, não existe um estudo apresentando os prós e contras de cada variação. Este trabalho visa apresentar um estudo comparativo envolvendo técnicas baseadas em subespaço para a tarefa de reconstrução de faces parcialmente ocluídas.*

1. Introdução

O campo da Biometria abarca uma grande variedade de tecnologias usadas para identificar e verificar a identidade de uma pessoa por meio da mensuração e análise de vários aspectos físicos e/ou comportamentais do ser humano. Diversas modalidades biométricas têm sido propostas para reconhecimento de pessoas, como impressões digitais, íris, face e fala. Estas modalidades biométricas possuem características distintas em termos de desempenho, mensurabilidade e aceitabilidade. O processo de identificação biométrica pode ser dividido nas seguintes etapas: aquisição/segmentação, extração/seleção de características, comparação de características e armazenamento.

A face é uma das modalidades biométricas mais utilizadas, por ser universal, única para cada pessoa e possuir boa aceitabilidade em ambientes de captura. Reconhecimento automático de face em condições controladas tem alcançado um progresso

significativo nos últimos anos. Entretanto, a performance em condições não controladas é ainda insatisfatória. Sistemas de reconhecimento facial em ambientes de mundo real, frequentemente têm que lidar com condições não controladas e não previsíveis, tais como, mudança na iluminação, pose, expressão e oclusão, as quais introduzem variações intra-classe e degradam a performance de reconhecimento. Comparada com pose, iluminação e expressão, o problema relacionado à oclusão é relativamente pouco estudado na área [Chen et al. 2016]. Visto que a oclusão pode significativamente decrementar a performance dos algoritmos de reconhecimento facial, por apresentar características faltantes na imagem da face devido a oclusão.

Há três categorias principais de abordagens para reconhecimento facial na presença da oclusão: i) abordagens baseadas em reconstrução, que formulam o reconhecimento de faces ocluídas como um problema de reconstrução. Uma face ocluída é reconstruída por meio de uma combinação linear das imagens de face de treinamento. Em seguida a imagem reconstruída é atribuída para a classe com correspondente menor erro de reconstrução. ii) Abordagens baseadas em correspondência local, as quais extraem características locais da face, tais que as partes afetadas e não afetadas da face possam ser analisadas separadamente. iii) Abordagens baseadas em características, as quais, extraem características da face que são robustas a oclusão, tais como, segmentos lineares, diferença da orientação do gradiente, diferença da fase da função Gabor .

Vários métodos baseados em reconstrução têm sido propostos na literatura para atacar o problema de reconhecimento facial na presença de oclusão, dentre estes pode-se destacar: métodos baseados em modelo e baseados em aparência. Métodos baseados em modelo extraem pontos característicos faciais e ajusta um modelo para a face, com base no modelo pode-se detectar as regiões ocluídas. Por outro lado, métodos baseados em aparência, detectam e restauram as regiões ocluídas usando informações de textura da imagem da face. Embora a precisão de detecção de regiões ocluídas para os métodos baseados em aparência possam ser menor que a dos métodos baseados em modelos, os métodos baseados em aparência são aplicados com sucesso se as regiões ocluídas não forem muito grandes em comparação com as regiões da face. Neste artigo, focamos em métodos baseados em aparência para detectar e restaurar as regiões ocluídas na imagem.

Dentre os métodos baseados em aparência, destaca-se as técnicas baseadas em subespaço, tais como, Análise de Componentes Principais (do inglês Principal Component Analsis - PCA). Na literatura, há algumas variações de PCA aplicadas a reconstrução de faces ocluídas. No entanto, não existe um estudo comparando os prós e contras de cada variação. Este trabalho visa apresentar um estudo comparativo envolvendo técnicas baseadas em subespaço para a tarefa de reconstrução de faces parcialmente ocluídas. O objetivo é avaliar a performance das técnicas para reconstrução envolvendo diferentes condições, tais como, variação de iluminação, tipo de oclusão, tamanho da oclusão, número de indivíduos e percentual de representatividade dos autovalores.

Esse trabalho está organizado como segue: a seção 2 apresenta alguns trabalhos relacionados na área; a seção 3 descreve algumas técnicas baseadas em subespaço; a seção 4 descreve a abordagem proposta; a seção 5 apresenta os resultados obtidos e a seção 6 apresenta as conclusões deste trabalho.

2. Trabalhos relacionados

Alguns trabalhos envolvendo técnicas baseadas em subespaço para reconstrução de faces parcialmente ocluídas têm sido propostos na literatura. [Shermina and Vasudevan 2012], [Sharma et al. 2013] e [Rama et al. 2008] utilizaram PCA para reconstrução de imagens de face parcialmente ocluídas. Já [Fidler et al. 2006] combinou PCA com Análise Discriminante Linear (do inglês Linear Discriminant Analysis) objetivando melhorar a qualidade das imagens de face reconstruídas.

[Hosoi et al. 2012] propôs uma técnica chamada FW-PCA (do inglês Fast Weighted), cujo objetivo é gerar um espaço de faces a partir dos pixels não afetados pela oclusão. Os coeficientes da combinação são obtidos minimizando o erro de reconstrução via método gradiente. Já [Storer et al. 2010] propôs a técnica FR-PCA (do inglês: *Fast Robust PCA*), que seleciona k pixels randômicos de cada imagem gerando p amostras do conjunto de treinamento. Com base neste conjunto é gerado p espaços de faces, os quais são posteriormente combinados visando melhorar a performance de reconstrução.

[Alyüz et al. 2012] e [Alyuz et al. 2013] propuseram a técnica GPCA (do inglês Gappy PCA), a qual estima um vetor de coeficientes que minimiza o erro de reconstrução da imagem. Já [Söderström and Li 2011] propôs uma técnica chamada APCA (do inglês Asymmetrical PCA) que gera dois subespaços de face, um para as imagens não ocluídas e outro para as partes não ocluídas das imagens ocluídas. Estes espaços são combinados visando uma melhor qualidade de reconstrução da imagem de consulta.

3. Técnicas baseadas em subespaço

3.1. PCA

PCA foi aplicado ao contexto de faces por [Turk and Pentland 1991]. Os autovetores são projeções das imagens de face, os quais são chamados de Autofaces. O conjunto dos Autofaces é chamado de espaço de faces. Os Autofaces quando combinados linearmente conseguem representar cada imagem do conjunto de treinamento.

No PCA as M imagens de treinamento de face são de dimensões $(N \times Q)$, e cada uma dessas deve ser transformada em um vetor coluna unidimensional (I_i). Após essa transformação, esses vetores são dispostos lado a lado, formando uma matriz Γ , representando as M imagens de treinamento $\Gamma = \{I_1, I_2, I_3 \dots I_M\}$.

A imagem média pode ser calculada usando a equação $\mu = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Gamma_i$. A matriz de descorrelação pode ser obtida por meio da equação $\Theta_i = \Gamma_i - \mu \rightarrow A = [\Theta_1, \Theta_2, \dots \Theta_M]$. Com base na matriz de descorrelação A , podemos calcular a matriz de covariância representada pela equação $C = A^T A$. Dada a matriz C , podemos calcular os autovalores e autovetores (v).

Após o cálculo dos autovetores, deve-se ordená-los de acordo com os autovalores associados. A maioria dos autovetores estão associados a autovalores muito baixos, os quais podem ser ignoradas. Logo, a variação no conjunto de faces pode ser descrita por k autovetores, os quais estão associados as maiores variâncias. Uma imagem pode ser reconstruída usando a equação $I = \mu + \sum_{i=1}^N Y_i V_i$, em que Y_i são os coeficientes da combinação linear.

3.2. GPCA

Essa técnica foi proposta por [Colombo et al. 2009]. Dado um conjunto de imagens de faces ocluídas $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, esta técnica visa encontrar um vetor de y que minimize o erro de reconstrução da imagem. Logo, uma imagem de face com oclusão pode ser restaurada por meio da equação $x = \mu + \{ \sum_{i=1}^M y_i v_i \}$, em que v_i e μ representam os Autofaces e a imagem média respectivamente.

Os coeficientes y_i são definidos de modo a minimizar o erro de reconstrução dado pela equação abaixo.

$$\|e\|_z^2 = \left\| -x + \mu + \sum_{i=1}^N y_i t_i \right\|_z^2 = \|x - \mu\|_z^2 - 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N y_i y_j (t_j, t_i)_z.$$

Minimizando o $\|e\|_z^2$ via método gradiente, podemos obter os coeficientes y_i , que multiplicados pelos Autofaces apresentam melhores resultados de reconstrução.

3.3. APCA

Essa técnica foi proposta por [Söderström and Li 2011]. Sendo responsável por gerar dois espaços de autovetores, um a partir dos pixels não ocluídos da imagem ocluída chamado de pseudo autovetor e outro com base nas imagens não ocluídas.

Dada a imagem I , podemos representar a parte não ocluída de I como I^{no} . I^{no} pode ser modelado com um espaço vetorial $\Phi^{no} = \{\phi_1^{no}, \phi_2^{no}, \phi_3^{no}, \dots, \phi_N^{no}\}$. A equação $\Phi^{no} = \sum_i b_{ij}^{no} (I_i^{no} - I_o^{no})$ apresenta a função responsável pelo mapeamento, em que b_{ij}^{no} são os autovetores da matriz de covariância $A = \{ (I_i^{no} - I_o^{no})^T (I_j^{no} - I_o^{no}) \}$ e I_o^{no} é a média das regiões não ocluídas. O cálculo da média é dado pela equação $I_o^{no} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^N (I_j^{no})$.

O pseudo autovetor pode ser construído pela equação $\Phi_j^P = \sum_i b_{ij}^{no} (I_i - I_o)$, em que I_i é a imagem original (face ocluída) e I_o é a média das imagens originais sem oclusão. Os coeficientes $\{\alpha_j^{no}\}$ do autovetor Φ_j^{no} , pode ser obtido pela equação $\alpha_j^{no} = (I_i^{no} - I_o^{no})^T \Phi_j^{no}$. A imagem ocluída pode ser reconstruída usando a equação $\hat{I} = I_o + \sum_{j=1}^M \alpha_j^{no} \Phi_j^P$, no qual M refere-se a quantidade de pseudo autovetores selecionados para a reconstrução.

4. Configurações dos experimentos

Para detecção da face foi aplicado o algoritmo Viola-Jones [Viola and Jones 2004] e para a detecção da parte ocluída foi empregado limiarização dos pixels. Neste caso, foi adotado um limiar igual a 70, escolhido empiricamente. Para validação das imagens reconstruídas utilizou-se a relação Sinal-Ruído de Pico (do inglês Peak Signal-to-Noise Ratio - PSNR) proposto por [Ashin et al. 2005]. Essa estratégia analisa a variação entre o valor máximo de um sinal e a potência do ruído de distorção que afeta a qualidade da imagem. O PSNR sendo responsável por mensurar a semelhança entre duas imagens (imagem reconstruída e a imagem do indivíduo sem oclusão).

Para cada imagem reconstruída foi calculado seu respectivo PSNR. Cada técnica quando aplicada ao conjunto de imagens, produziu um vetor de PSNR. Com o intuito de comparar as técnicas foi calculado a média e o desvio padrão desse vetor. Além disso utilizou-se o teste de Wilcoxon [Litchfield and Wilcoxon 1949], por tratar de um teste de

hipótese não paramétrico e pareado. Para o cálculo do mesmo, utilizou-se como referência a técnica que produziu maior valor médio de PSNR.

Visando levantar os pontos fortes e fracos de cada técnica variou-se o número de indivíduos para geração do espaço de faces na tarefa de reconstrução, o percentual de representatividade Autofaces para a reconstrução das imagens ocluídas, como também as condições de iluminação, tipo e tamanho de oclusão. O objetivo ao variar o percentual de representatividade dos Autofaces é verificar se o percentual de 95% proposto por [Wold et al. 1987] aplica-se também ao contexto de imagens ocluídas.

4.1. Experimento A

Nesse experimento foi utilizada a base de imagens de faces AR [Martinez 1998]. Esta base contém 2600 imagens de 100 indivíduos (50 homens e 50 mulheres) com variações de iluminação, expressão e oclusão (óculos de sol e cachecol), com dimensões 768×576 pixels. Neste experimento variou-se o número de indivíduos (5, 10, 20, 30, 40 e 50) para formar o espaço de faces.

As variações do ambiente, tais como, iluminação e o tamanho da oclusão influenciam diretamente no percentual de representatividade dos autovalores selecionados e na qualidade da reconstrução. Com isso foi realizado dois experimentos, um dispendo de todas as imagens da base, e outro contendo somente as imagens sem variação de iluminação e oclusões por meio de cachecol. As tabelas 1 e 2 apresentam respectivamente as taxas de PSNR e o teste de Wilcoxon para estes dois experimentos.

4.2. Experimento B

Neste experimento foi utilizada a base de dados Yale [Georghiades et al. 1997]. Esta base contém 165 imagens frontais de 15 pessoas, com 11 imagens de face por pessoa com variações de iluminação, expressão e oclusão (óculos de grau e óculos de sol). Nessa base apenas um dos indivíduos aparece com óculos de sol, já os outros 14 indivíduos apresentam oclusão com óculos de grau. A partir dessa justificativa podemos perceber que essa base de dados apresenta baixo percentual de oclusão nas imagens de face. Neste experimento também variou-se o número de indivíduos (5, 10 e 15) para geração do espaço de face. A tabela 3 apresenta as taxas de PSNR obtidas e o teste estatístico.

5. Resultados e discussões

No experimento A foi possível concluir que 95% de representatividade de um conjunto não necessariamente implica em melhor qualidade de reconstrução das imagens. Visto que é possível observar na tabela 1 que ao utilizarmos 5 e 10 indivíduos para gerar o espaço de faces e adotarmos o percentual de representatividade compreendido no intervalo entre 65% e 90% obteve-se melhores resultados. Ao utilizarmos um número de indivíduos maior ou igual a 20 é interessante utilizar percentual de representatividade entre 50% e 65%. Já ao aumentarmos o número de indivíduos torna-se necessário diminuir o percentual de representatividade do conjunto, e como consequência tem-se menor média de PSNR. Isso justifica-se pelo fato de que um número alto de indivíduos e percentual de representatividade alto quando aplicado na tarefa de reconstrução de faces ocluídas insere bastante ruído na imagem reconstruída. Esse ruído é gerado pelos Autofaces associados a baixos autovalores.

Além disso, foi possível constatar no experimento *A* que o percentual de representatividade dos Autofaces influenciam bastante na qualidade das imagens reconstruídas, de modo que baixo percentual de representatividade geram imagens aproximadamente similares. Já com alto percentual de representatividade (próximo a 100%) são inseridos traços faciais de Autofaces que não contribuem para imagem reconstruída. Sendo possível observar que esses traços faciais atuam como valores atípicos no processo de reconstrução.

Pode-se concluir no experimento *A* que a iluminação pouco influencia na qualidade de reconstrução, diferentemente da oclusão. Também foi verificado nesse experimento que oclusões de óculos possibilitam melhores qualidades de reconstruções quando comparadas a oclusões por cachecol, visto que a área ocupada pela oclusão é menor. A figura 6 ilustra duas imagens reconstruídas da base de dados AR com 85% de percentual de representatividade do conjunto e 10 indivíduos para geração do espaço de faces.

Sabe-se que quanto menor a área ocluída melhor é a qualidade de reconstrução. No experimento *B* podemos perceber baixas taxas de oclusão nas imagens. Logo, ao lidarmos com bases de dados com esta característica é interessante utilizar um percentual de representatividade entre 85% e 95% dos Autofaces. Isto pode ser justificado analisando a tabela 3. Além disso, pode-se afirmar que um bom número de indivíduos para geração do espaço de faces deve estar compreendido entre 5 e 15.

Com iniciativa a identificar as taxas de acurácia após a reconstrução, utilizou-se a melhor configuração para a técnica GPCA, que produziu melhores resultados de PSNR utilizando cinco indivíduos para geração dos Autofaces. Conseguindo-se obter 96.90% de acurácia com desvio padrão de 0.56 após a reconstrução da face, em contrapartida ao utilizarmos a imagem da face parcialmente ocluída obteve-se 44.22%. Com esses resultados sendo possível perceber melhorias de 52.68% nas taxas de reconhecimento.

6. Considerações finais

Este trabalho teve como principal objetivo realizar um estudo comparativo de técnicas baseadas em subespaço na tarefa de reconstrução de imagens ocluídas. Avaliando o desempenho alcançado pelas técnicas foi possível notar que a técnica GPCA alcançou as maiores médias em termos de PSNR.

Também verificou-se que ao lidarmos com faces com baixos níveis de oclusão é interessante utilizarmos na tarefa de reconstrução um percentual de representatividade dos Autofaces entre 85% e 95%. Entretanto ao manipularmos faces com altos níveis de oclusão, utilizar 95% de representatividade do conjunto não é uma boa estratégia com vistas a melhores qualidades de reconstrução, visto que percentuais de representações próximos e acima desse valor inserem valores atípicos na imagem reconstruída. Isto sugere que altos níveis de oclusão aumentam a distância entre a imagem de consulta e o espaço de faces. Foi possível perceber neste trabalho que ao selecionarmos entre 5 e 10 indivíduos com percentual de representatividade dos Autofaces entre 65% e 90% do conjunto é possível obter melhores resultados.

Espera-se que este trabalho possa contribuir para desenvolvimento da área ao apontar lacunas, vantagens, desvantagens e boas estratégias de parametrizações para as técnicas baseadas em subespaço, as quais, podem influenciar em melhores qualidades de reconstrução. Como trabalhos futuros, pretende-se comparar técnicas de reconstrução baseadas em modelo com técnicas baseadas em subespaço.

Tabela 1. Resultados de PSNR de acordo com as estratégias de subespaço na base AR

Var	Número de indivíduos												
	Com iluminação e oclusão com óculos de sol e cachecol						Sem iluminação e com oclusão apenas de óculos de sol						
	5	10	20	30	40	50	5	10	20	30	40	50	
	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$
APCA	50	14.62±1.74	14.49±1.71	14.39±1.70	14.38±1.65	14.35±1.65	14.39±1.72	17.97±1.85	17.80±1.76	17.49±1.66	17.24±1.66	17.27±1.59	17.32±1.71
	55	14.70±1.41	14.61±1.74	14.52±1.72	14.48±1.72	14.44±1.71	14.52±1.72	18.09±1.88	17.70±1.69	17.43±1.69	17.27±1.66	17.19±1.46	17.42±1.76
	60	14.75±1.74	14.60±1.74	14.60±1.71	14.56±1.72	14.54±1.73	14.62±1.72	18.16±1.90	17.73±1.66	17.38±1.53	17.30±1.55	17.27±1.31	17.17±1.46
	65	14.78±1.77	14.66±1.77	14.48±1.75	14.40±1.75	14.43±1.77	14.49±1.76	18.17±1.90	17.71±1.66	17.41±1.53	17.28±1.51	17.20±1.27	16.94±1.26
	70	14.76±1.79	14.60±1.75	14.46±1.72	14.42±1.70	14.37±1.71	14.42±1.71	18.17±1.94	17.68±1.69	17.14±1.40	17.00±1.40	17.03±1.21	16.65±1.23
	75	14.85±1.86	14.66±1.81	14.48±1.76	14.42±1.74	14.41±1.72	14.39±1.69	18.02±1.91	17.42±1.54	16.96±1.36	16.81±1.42	16.68±1.25	16.42±1.19
	80	14.87±1.89	14.58±1.80	14.39±1.74	14.33±1.75	14.31±1.72	14.25±1.68	17.86±1.94	17.30±1.54	16.81±1.40	16.56±1.39	16.45±1.30	16.20±1.18
	85	14.73±1.89	14.51±1.79	14.31±1.70	14.19±1.67	14.13±1.64	14.08±1.61	17.70±1.90	17.12±1.51	16.54±1.43	16.35±1.45	16.21±1.35	15.87±1.29
	90	14.56±1.85	14.36±1.74	14.12±1.65	14.01±1.62	13.97±1.60	13.91±1.57	17.54±1.87	16.89±1.54	16.29±1.44	16.11±1.47	15.95±1.31	15.62±1.25
95	14.35±1.80	14.13±1.66	13.92±1.59	13.84±1.55	13.78±1.54	13.73±1.49	17.36±1.89	16.68±1.58	16.14±1.42	15.93±1.43	15.81±1.29	15.52±1.25	
GPCA	50	17.83±2.13	17.55±2.10	17.69±2.15	17.57±1.96	17.35±2.23	17.68±2.09	21.68±1.55	20.93±1.31	20.53±1.28	20.50±1.28	20.34±1.35	20.43±1.32
	55	18.32±2.10	17.98±2.04	17.69±2.15	17.57±1.96	17.35±2.23	17.68±2.09	21.98±1.69	21.22±1.27	20.76±1.25	20.59±1.27	20.50±1.24	20.35±1.24
	60	18.52±2.05	18.33±1.94	18.30±1.96	18.24±1.96	18.09±2.01	18.17±1.99	22.16±1.59	21.39±1.36	20.94±1.28	20.69±1.25	20.67±1.28	20.44±1.24
	65	19.09±1.99	18.50±1.99	18.08±2.10	18.02±2.14	17.83±2.17	17.94±2.15	22.43±1.55	21.62±1.36	20.97±1.19	20.75±1.28	20.75±1.28	20.38±1.28
	70	19.25±2.06	18.54±2.11	17.88±2.38	17.71±2.44	17.59±2.47	17.49±2.69	22.74±1.54	21.83±1.30	21.08±1.17	20.67±1.22	20.45±1.17	20.27±1.22
	75	19.54±2.24	18.50±2.42	17.95±2.60	17.81±2.62	17.59±2.77	17.57±2.79	23.01±1.63	21.97±1.45	21.09±1.23	20.57±1.31	20.04±1.28	19.85±1.23
	80	19.73±2.49	18.79±2.64	18.06±2.86	17.71±3.82	17.47±2.84	17.49±2.82	23.23±1.64	22.16±1.56	20.86±1.29	20.03±1.22	19.67±1.22	19.45±1.24
	85	19.88±2.87	18.77±3.01	17.80±2.99	17.41±2.96	17.16±2.95	17.15±2.86	23.37±1.70	22.09±1.61	20.50±1.38	19.54±1.34	19.15±1.28	18.40±1.21
	90	19.65±3.37	18.45±3.31	17.34±3.03	16.80±2.97	16.37±2.78	16.20±2.66	23.47±1.79	21.81±1.66	19.90±1.29	18.71±1.27	18.18±1.26	17.54±1.21
95	15.26±2.27	19.27±3.65	17.77±3.32	16.38±2.77	15.66±2.48	14.90±2.09	23.42±1.90	21.42±1.65	19.12±1.32	17.90±1.35	17.28±1.31	16.80±1.28	
PCA	50	16.65±2.00	16.43±1.92	16.93±1.80	16.58±1.79	16.95±1.77	16.70±1.72	20.82±1.59	19.99±1.37	19.74±1.25	19.62±1.32	19.55±1.24	19.51±1.33
	55	16.87±1.88	16.74±1.83	16.93±1.80	16.58±1.79	16.95±1.77	16.70±1.72	20.97±1.69	20.12±1.42	19.62±1.46	19.53±1.32	19.45±1.38	19.11±1.44
	60	17.04±1.87	16.98±1.81	16.78±1.77	16.73±1.77	16.64±1.76	16.72±1.76	20.99±1.65	20.01±1.49	19.46±1.40	19.30±1.44	19.18±1.37	18.86±1.36
	65	17.27±1.80	17.07±1.79	16.74±1.84	16.66±1.86	16.56±1.84	16.68±1.83	21.03±1.62	20.02±1.44	19.39±1.33	19.09±1.31	19.10±1.33	18.74±1.30
	70	17.35±1.88	17.24±1.91	16.60±2.04	16.43±2.07	16.34±2.13	16.16±2.22	21.04±1.71	20.04±1.44	19.23±1.33	18.91±1.31	18.79±1.18	18.50±1.23
	75	17.45±2.06	17.33±2.07	16.55±2.14	16.39±2.12	16.20±2.21	16.12±2.21	20.99±1.69	19.95±1.50	19.14±1.36	18.72±1.37	18.37±1.36	18.14±1.31
	80	17.47±2.17	17.45±2.17	16.40±2.21	16.14±2.18	15.91±2.16	15.91±2.15	20.96±1.72	19.83±1.59	18.81±1.43	18.17±1.40	17.99±1.35	17.85±1.34
	85	17.58±2.25	17.21±2.21	16.00±2.15	15.75±2.16	15.58±2.13	15.50±2.04	20.87±1.76	19.57±1.67	18.44±1.47	17.86±1.47	17.60±1.41	17.26±1.40
	90	17.10±2.31	16.84±2.23	15.57±2.09	15.18±2.05	14.97±2.01	14.87±2.00	20.60±1.78	19.29±1.64	18.07±1.48	17.46±1.47	17.11±1.43	16.77±1.38
95	16.64±2.31	16.55±2.17	14.98±1.99	14.59±1.91	14.37±1.85	14.19±1.79	20.37±1.79	18.89±1.69	17.64±1.49	16.99±1.47	16.60±1.42	16.34±1.37	

Var = Variância | μ = Média | σ = Desvio padrão

Tabela 2. Teste estatístico de Wilcoxon para as estratégias de subespaço

Var	Número de indivíduos																								
	Com iluminação e oclusão com óculos de sol e cachecol											Sem iluminação e com oclusão apenas de óculos de sol													
	5		10		20		30		40		50		5		10		20		30		40		50		
	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	p valor	HN	
APCA	50	0.0005	R	0.0042	R	0.0007	R	0.0016	R	0.0012	R	0.0002	R	0.3610	NR	1.0000		1.0000		0.5561	NR	0.8036	NR	0.6132	NR
	55	0.0341	R	0.5008	NR	0.1929	NR	0.1801	NR	0.1345	NR	0.0866	NR	0.6974	NR	0.4779	NR	0.6377	NR	0.7651	NR	0.5556	NR	1.0000	
	60	0.2291	NR	0.6003	NR	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000		0.9983	NR	0.5796	NR	0.4779	NR	1.0000		1.0000		0.1774	NR
	65	0.4153	NR	1.0000		0.0463	R	0.0137	R	0.1056	NR	0.0593	NR	1.0000		0.5492	NR	0.6174	NR	0.9012	NR	0.6297	NR	0.0094	R
	70	0.2480	NR	0.3672	NR	0.0263	R	0.0251	R	0.0161	R	0.0030	R	0.8869	NR	0.3974	NR	0.0343	NR	0.0578	NR	0.0933	NR	0.0000	R
	75	0.9075	NR	0.8456	NR	0.0591	NR	0.0278	R	0.0753	NR	0.0009	R	0.3390	NR	0.0161	NR	0.0013	R	0.0031	R	0.0000	R	0.0000	R
	80	1.0000		0.1541	NR	0.0008	R	0.0003	R	0.0006	R	0.0000	R	0.0792	NR	0.0023	R	0.0001	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	85	0.0734	NR	0.0216	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0142	NR	0.0001	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	90	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0014	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
95	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0001	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	
GPCA	50	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0521	NR	0.0044	R	0.9060	NR
	55	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0102	R	0.1929	NR	0.0522	NR	0.4484	NR
	60	0.000	R	0.000	R	1.000		1.000		1.000		1.000		0.0000	R	0.0000	R	0.2654	NR	0.5849	NR	0.5492	NR	1.0000	
	65	0.000	R	0.000	R	0.009	R	0.019	R	0.004	R	0.007	R	0.0000	R	0.0003	R	0.3447	NR	1.0000		1.0000		0.6463	NR
	70	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.0000	R	0.0206	R	0.9005	NR	0.5987	NR	0.0140	R	0.1087	NR
	75	0.000	R	0.000	R	0.020	R	0.002	R	0.000	R	0.000	R	0.0147	R	0.1621	NR	1.0000		0.1537	NR	0.0000	R	0.0000	R
	80	0.049	R	0.000	R	0.621	NR	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.1411	NR	1.0000		0.0737	NR	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	85	1.000		0.000	R	0.005	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.5891	NR	0.7297	NR	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	90	0.237	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	1.0000		0.0300	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
95	0.000	R	1.000		0.001	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.7135	NR	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	
PCA	50	0.000	R	1.000	R	1.000	NR	0.028	R	1.000	NR	0.719	NR	0.1754	NR	0.4300	NR	1.0000		1.0000		1.0000		1.0000	
	55	0.001	R	0.002	R	1.000		0.028	R	1.000		0.719	NR	0.6626	NR	1.0000		0.4557	NR	0.7355	NR	0.4593	NR	0.0078	R
	60	0.000	R	0.000	R	0.021	R	1.000		0.000	R	1.000		0.7414	NR	0.4510	NR	0.0463	R	0.0420	R	0.0066	R	0.0000	R
	65	0.000	R	0.000	R	0.002	R	0.260	NR	0.000	R	0.427	NR	0.8814	NR	0.4715	NR	0.0107	R	0.0002	R	0.0007	R	0.0000	R
	70	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	1.0000		0.5185	NR	0.0001	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	75	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.7963	NR	0.1700	NR	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	80	0.000	R	1.000		0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.6174	NR	0.0317	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	85	1.000		0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.3256	NR	0.0001	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
	90	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.0086	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R
95	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	0.0000	R	

Var = Variância | HN = Hipótese Nula | R = Rejeitada | NR = Não Rejeitada

Tabela 3. Valores de PSNR e teste estatístico de Wilcoxon na base Yale

Var	Número de indivíduos											
	5				10				15			
	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	p valor	HN	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	p valor	HN	$\mu(\%) \pm \sigma(\%)$	p valor	HN			
APCA	50	16.3576± 1.7552	0.0003	R	15.4627 ±1.0916	0.0000	R	15.1679± 1.0549	0.0000	R		
	55	16.5943± 1.6609	0.0004	R	15.4627 ±1.0916	0.0000	R	15.1679± 1.0549	0.0000	R		
	60	16.5943± 1.6609	0.0004	R	15.4627 ±1.0916	0.0000	R	15.1679± 1.0549	0.0000	R		
	65	16.9614± 1.5441	0.0012	R	16.1874 ±1.4008	0.0003	R	15.8973± 1.5318	0.0004	R		
	70	17.7057± 1.8810	0.0062	R	16.3454 ±1.1941	0.0003	R	16.2242± 1.6373	0.0008	R		
	75	18.0214± 2.1639	0.0181	R	16.9704 ±1.2152	0.0021	R	16.7253± 1.1136	0.0028	R		
	80	18.3606± 2.1127	0.0745	R	17.4386 ±1.4598	0.0062	R	17.1188± 1.4479	0.0090	R		
	85	18.9902± 2.4615	0.1985	NR	18.6491 ±2.2948	0.1844	NR	18.0421± 2.0482	0.1466	NR		
	90	19.5874± 2.4859	0.4807	NR	19.3708 ±2.6797	0.3837	NR	18.7272± 2.6890	0.3195	NR		
95	20.1794± 2.5258	1.0000		19.9050 ±2.6476	1.0000		19.6138± 2.8801	1.0000				
GPCA	50	17.3613± 1.6692	0.0025	R	15.9362± 1.0178	0.0001	R	15.8265± 1.5660	0.0002	R		
	55	17.7004± 1.7026	0.0079	R	16.4575± 1.7254	0.0007	R	16.2840± 1.5030	0.0008	R		
	60	18.1374± 1.9635	0.0114	R	16.4575± 1.7254	0.0007	R	16.2840± 1.5030	0.0008	R		
	65	18.1374± 1.9635	0.0114	R	17.0576± 1.6751	0.0032	R	16.5716± 1.5611	0.0019	R		
	70	19.2868± 2.7272	0.0890	NR	17.5100± 1.9592	0.0101	R	16.9432± 1.4009	0.0028	R		
	75	19.2594± 2.9611	0.0620	NR	18.0922± 2.4444	0.0181	R	17.7430± 2.0964	0.0202	R		
	80	20.0192± 3.7915	0.1354	NR	19.2862± 3.2620	0.1844	R	18.3560± 2.3227	0.0620	R		
	85	20.7434± 3.6464	0.4306	NR	19.8577± 3.5482	0.3401	R	19.4922± 3.4047	0.3615	R		
	90	20.9946± 4.0115	0.0000	R	20.5917± 3.7997	0.7400	R	20.2451± 3.8225	0.7089	R		
95	21.7142± 4.3631	1.0000		21.2240 ± 4.1238	1.0000		20.9853± 4.0827	1.0000				
PCA	50	17.4482± 1.6858	0.0011	R	16.1857± 0.9743	0.0000	R	16.2131± 1.4881	0.0001	R		
	55	17.7117± 1.6813	0.0016	R	16.7944± 1.5206	0.0002	R	16.5037± 1.4663	0.0002	R		
	60	18.1751± 1.9624	0.0025	R	16.7944± 1.5206	0.0002	R	16.5037± 1.4663	0.0002	R		
	65	18.1751± 1.9624	0.0025	R	17.4012± 1.4607	0.0008	R	16.8151± 1.5013	0.0011	R		
	70	19.3018± 2.7458	0.0512	NR	17.7941± 1.7019	0.0042	R	17.2684± 1.3072	0.0025	R		
	75	19.3858± 2.8652	0.0512	NR	18.2946± 2.2410	0.0114	R	17.9672± 1.9884	0.0114	R		
	80	20.0119± 3.7981	0.0971	NR	19.3668± 3.0696	0.1057	NR	18.5495± 2.1787	0.0512	NR		
	85	20.8350± 3.5510	0.2998	NR	19.9814± 3.3451	0.1844	NR	19.6359± 3.2102	0.2628	NR		
	90	21.3428± 3.7184	0.6482	NR	20.6957± 3.6329	0.4306	NR	20.4297± 3.6388	0.5614	NR		
95	22.0302± 3.9741	1.0000		21.4659± 3.7952	1.0000		21.1738± 3.8434	1.0000				

Var = Variância | HN = Hipótese Nula | R = Rejeitada | NR = Não Rejeitada

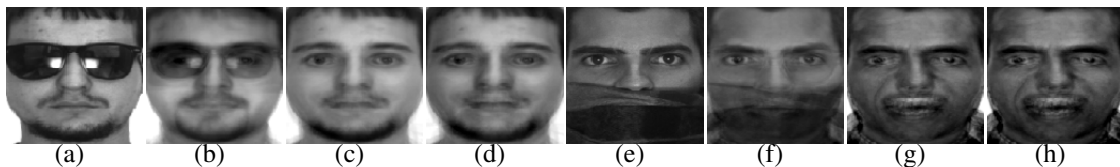


Figura 1. (a) e (e) imagens ocluídas; (b) e (f) reconstrução com APCA; (c) e (g) reconstrução com GPCA; e (d) e (h) reconstrução com PCA

Referências

- Alyuz, N., Gokberk, B., and Akarun, L. (2013). 3-d face recognition under occlusion using masked projection. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 8(5):789–802.
- Alyüz, N., Gökberk, B., Spreeuwens, L., Veldhuis, R., and Akarun, L. (2012). Robust 3d face recognition in the presence of realistic occlusions. In *Biometrics (ICB), 2012 5th IAPR International Conference on*, pages 111–118. IEEE.
- Ashin, R., Morimoto, A., and Vaillancourt, R. (2005). Image compression with multiresolution singular value decomposition and other methods. *Mathematical and Computer Modelling*, 41(6-7):773–790.
- Chen, X., Wang, S., and Ruan, X. (2016). Recognition of partially occluded face by error detection with logarithmic operator and kpca. In *Image and Signal Processing*,

- BioMedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI), International Congress on*, pages 460–464. IEEE.
- Colombo, A., Cusano, C., and Schettini, R. (2009). Gappy pca classification for occlusion tolerant 3d face detection. *Journal of mathematical imaging and vision*, 35(3):193–207.
- Fidler, S., Skocaj, D., and Leonardis, A. (2006). Combining reconstructive and discriminative subspace methods for robust classification and regression by subsampling. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(3):337–350.
- Georghiades, A., Belhumeur, P., and Kriegman, D. (1997). Yale face database. *Center for computational Vision and Control at Yale University*, <http://cvc.yale.edu/projects/yalefaces/yalefa>, 2.
- Hosoi, T., Nagashima, S., Kobayashi, K., Ito, K., and Aoki, T. (2012). Restoring occluded regions using fw-pca for face recognition. In *Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW), 2012 IEEE*, pages 23–30. IEEE.
- Litchfield, J. a. and Wilcoxon, F. (1949). A simplified method of evaluating dose-effect experiments. *Journal of pharmacology and experimental therapeutics*, 96(2):99–113.
- Martinez, A. M. (1998). The ar face database. *CVC technical report*, 24.
- Rama, A., Tarres, F., Goldmann, L., and Sikora, T. (2008). More robust face recognition by considering occlusion information. In *8th IEEE Int. Conf. on Automatic Face Gesture Recognition*, pages 1–6.
- Sharma, M., Prakash, S., and Gupta, P. (2013). An efficient partial occluded face recognition system. *Neurocomputing*, 116:231–241.
- Shermina, J. and Vasudevan, V. (2012). Recognition of the face images with occlusion and expression. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 26(03):1256006.
- Söderström, U. and Li, H. (2011). *Asymmetrical principal component analysis theory and its applications to facial video coding*. INTECH Open Access Publisher.
- Storer, M., Urschler, M., and Bischof, H. (2010). Occlusion detection for icao compliant facial photographs. In *Computer Vision and Pattern Rec. Workshops (CVPRW), 2010 IEEE Computer Society Conf. on*, pages 122–129. IEEE.
- Turk, M. A. and Pentland, A. P. (1991). Face recognition using eigenfaces. In *Computer Vision and Pattern Recognition, 1991. Proceedings CVPR'91., IEEE Computer Society Conference on*, pages 586–591. IEEE.
- Viola, P. and Jones, M. J. (2004). Robust real-time face detection. *International journal of computer vision*, 57(2):137–154.
- Wold, S., Esbensen, K., and Geladi, P. (1987). Principal component analysis. *Chemometrics and intelligent laboratory systems*, 2(1-3):37–52.