

# Algoritmos da Árvore Geradora Mínima para Reconfiguração de Redes de Distribuição de Energia Elétrica

Alex Luciano Roesler Rese<sup>1,2</sup>, Fernando Concatto<sup>2</sup>, Edgar Justavino<sup>2</sup>, Raimundo Celeste Ghizoni Teive<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Mestrado em Computação Aplicada – Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI)

<sup>2</sup>Laboratório de Inteligência Aplicada – LIA

Caixa Postal 360 – CEP 88302-202 – Itajaí – SC – Brasil

alexrese@outlook.com, fernandoconcatto@gmail.com,  
edgar@edu.univali.br, rteive@univali.br

**Abstract.** *Power supply in electrical networks is essential for human development. Therefore, distribution networks demand efficiency in processes involving the supply of electrical energy. This paper examines and describes the modeling of the structure of electrical networks through graphs, as well as the implementation of the algorithms of Kruskal, Reverse-Delete and Prim. For the analysis of the algorithms, two distribution systems with distinct characteristics were used. The subsequent comparison indicated that Prim's Algorithm displays more balanced configurations in terms of minimization of the impedance and a more even partitioning of the load between the feeders when applied to networks with more than one feeder.*

**Resumo.** *O abastecimento de energia em redes elétricas é essencial para o desenvolvimento humano. Portanto, redes de distribuição requerem eficiência nos processos que envolvem o fornecimento de energia. Este artigo analisa e descreve a modelagem da estrutura da rede elétrica através de grafos, assim como a implementação dos algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa e Prim. Para analisar os algoritmos foram utilizados dois sistemas de distribuição com diferentes características. A comparação permitiu identificar que o algoritmo de Prim apresenta configurações mais balanceadas em termos de minimização de impedância (perdas) e melhor divisão das cargas entre os alimentadores, quando utilizado em redes com mais de um alimentador.*

## 1. Introdução

O abastecimento de energia na sociedade moderna é fundamental para o desenvolvimento e sobrevivência de processos industriais e humanos, sendo de suma importância o fornecimento e a distribuição desse insumo para os consumidores finais. Quando há uma interrupção no fornecimento de energia, gera-se potenciais prejuízos para consumidores residenciais, comerciais, industriais, transportes e etc. Sendo assim, tais eventos devem ser evitados com planejamento adequado, investimentos elevados e uso de inteligência operacional [Elétrica ANEEL 2002].

Segundo o censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) em 2010, cerca de 97,8% das residências brasileiras recebem o serviço de energia elétrica [BRASIL 2011]. Com o crescimento da demanda elétrica, é possível afirmar que o

planejamento, operação e manutenção dos sistemas elétricos de potência está cada dia mais complexo, além de um evidente aumento de interligações para atender estas demandas.

Os centros de supervisão e controle dos sistemas de distribuição de energia elétrica gerenciam grandes redes, que abrangem uma vasta extensão geográfica. Uma boa estratégia de operação desses sistemas consiste em decisões que minimizem perdas, isolem a falha e reduzam o tempo de indisponibilidade dos ativos da rede elétrica. Dentre as técnicas para redução das perdas, a reconfiguração de redes de distribuição é uma das estratégias mais aplicadas pelas concessionárias de energia elétrica, a qual permite a utilização de recursos já existentes no sistema, tornando o custo menor e evitando novos investimentos [Souza e Mantovani 2008].

A reconfiguração das redes elétricas tem como principais finalidades: reduzir as perdas de energia, melhorar o perfil de tensão para os consumidores, aumentar os níveis de confiabilidade ou restabelecer o fornecimento de energia em situações de contingência. Os sistemas de distribuição de energia elétrica devem operar de forma confiável e econômica, respeitando tanto as restrições de carga como as restrições operacionais. Quando o sistema está operando normalmente, a reconfiguração pode ser aplicada para aumentar sua eficiência e/ou diminuir seu custo operacional [Aranha Neto 2006].

O sistema de distribuição de energia elétrica é modelado por meio de conexões, as quais podem ser normalmente abertas (NA) ou normalmente fechadas (NF), alterando o fluxo de potência e a topologia da rede conforme as necessidades e prioridades definidas pela distribuidora de energia. Assim, a reconfiguração da rede de distribuição permite a transferência de cargas entre os alimentadores sobrecarregados, ou mesmo o abastecimento de consumidores prioritários [Baran e Wu 1989].

As redes de distribuição de energia podem ser representadas por grafos, onde os vértices correspondem a entidades ou barras do sistema elétrico e as arestas (ou arcos) a ligação entre um par de entidades, representando as linhas de distribuição de energia. Desta maneira, é possível utilizar algoritmos que agem sobre esse tipo de estrutura, como aqueles que obtêm o caminho com menor peso total que atinge todos os vértices. Com o intuito de fazer uma análise comparativa de desempenho, foram analisados os resultados obtidos através da aplicação de três algoritmos: (i) Kruskal; (ii) Exclusão Reversa e (iii) Prim [Kleinberg e Tardos 2006; Kruskal 1956; Prim 1957].

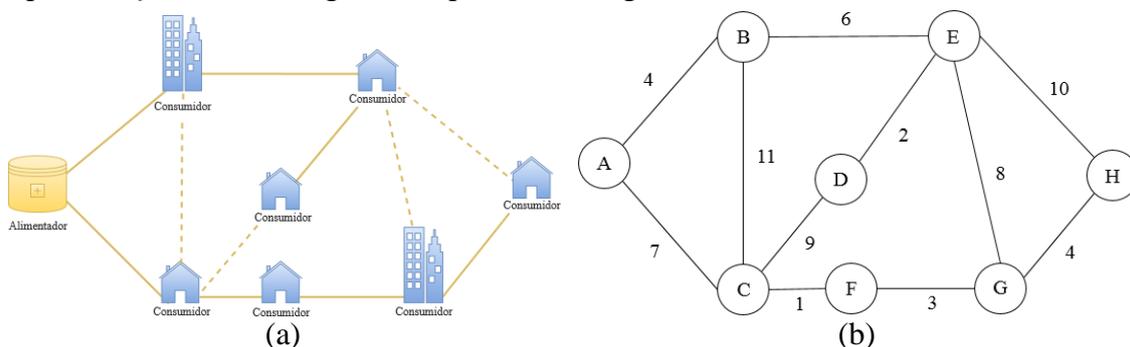
Neste sentido, este artigo está dividido nas seguintes seções: (i) Definições do Problema, sendo apresentadas as estratégias abordadas para a modelagem e definições do problema; (ii) Árvore Geradora Mínima, nesta etapa são descritos os algoritmos implementados; (iii) Estudos de Caso, esta etapa apresenta dois sistemas de distribuição utilizados na literatura; (iv) Análises e Resultados, onde são analisados os resultados obtidos com a aplicação dos algoritmos e (v) Considerações Finais, onde são apresentados os comentários sobre os resultados obtidos com a aplicação dos algoritmos da Árvore Geradora Mínima para o problema de distribuição de energia.

## **2. Definições do Problema**

As redes de distribuição de energia elétrica operam normalmente de forma radial, com o propósito de facilitar aspectos de proteção e diminuir custos com equipamentos, além de serem capazes de assumir diversas topologias através da alteração do chaveamento das

ligações e do fluxo de abastecimento. Desta forma, estas estruturas podem ser representadas computacionalmente por grafos ( $G = V, E$ ), onde os postes são os elementos ( $V$ ) e as linhas representados pelas relações ( $E$ ) entre os vértices [Bondy e Murty 1976]. Mais especificamente, as redes de distribuição, em função da radialidade, operam como árvores, pois a existência de ciclos é inadmissível.

Os sistemas de distribuição abastecem os consumidores através de um fluxo de potência, transferindo energia de um ponto a outro, sendo possível alterar o fluxo do fornecimento através do chaveamento de chaves NF e NA. Portanto, a estrutura pode ser modelada através de grafos ponderados não dirigidos. Um exemplo da estrutura básica de um sistema de distribuição pode ser observada na Figura 1-a, enquanto sua representação através de grafos é apresentada Figura 1-b.



**Figura 1. Sistema de distribuição modelado através de grafos.**

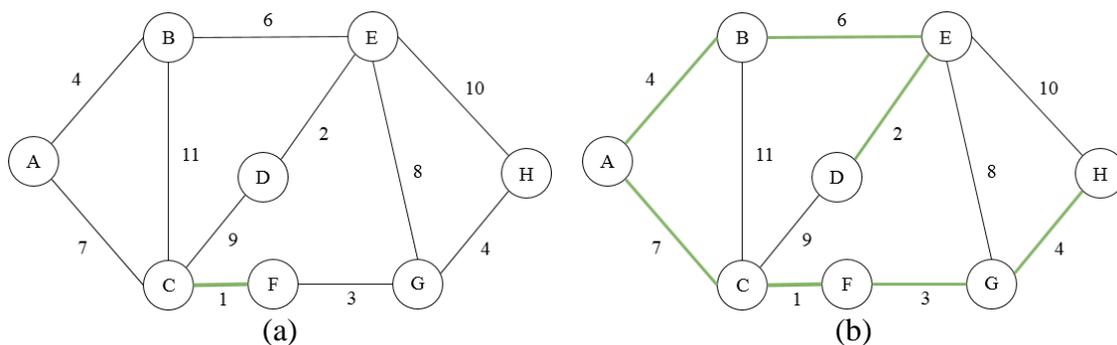
Na primeira parte é apresentado o modelo da rede de distribuição, o qual é composto por um alimentador e sete consumidores, sendo as linhas tracejadas a representação das chaves NAs e a linhas sólidas as NFs. A representação deste sistema através de grafos é exibida na segunda parte, sendo o alimentador o vértice A e os demais os consumidores.

### 3. Árvore Geradora Mínima

Uma Árvore Geradora Mínima (AGM) é um subgrafo de um grafo não direcionado ponderado, conectando todos os vértices sem ciclos e com a menor soma de pesos das arestas. Dado um grafo  $G(V, E)$ , somente  $|V| - 1$  arestas são necessárias para fornecer um caminho entre cada par de vértices [Kleinberg e Tardos 2006]. Nesta seção são descritos os algoritmos e as estratégias que os mesmos utilizam para encontrar a AGM em grafos sendo: (i) Kruskal; (ii) Exclusão Reversa e (iii) Prim.

#### 3.1. Kruskal

O algoritmo Kruskal consiste em selecionar uma aresta por vez, sendo adicionada à solução em ordem crescente de seus pesos. Uma aresta só pode ser incorporada à solução se ela não formar um ciclo com as arestas já inseridas anteriormente. O algoritmo é finalizado quando todos os vértices do grafo original tiverem sido atingidos [Kruskal 1956; Sudhakar e Srinivas 2011; Sudhakar 2012]. Na Figura 2 é apresentada a execução do algoritmo de Kruskal.

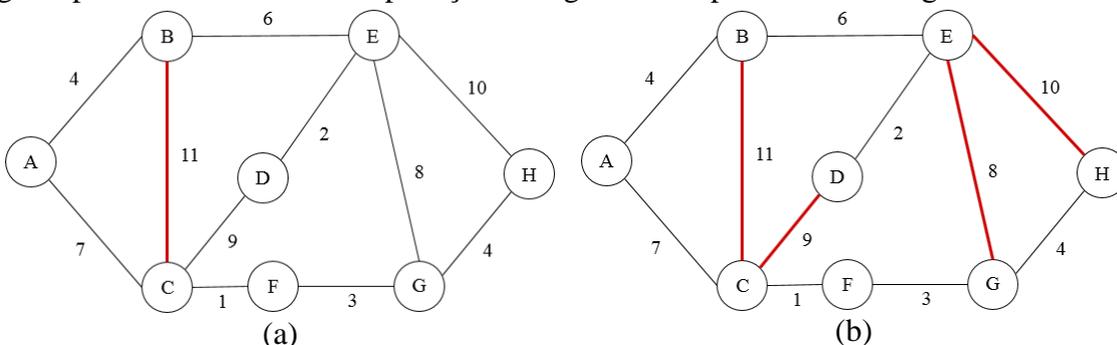


**Figura 2. Descrição da execução do algoritmo de Kruskal.**

Na Figura 2-a o algoritmo seleciona a aresta de menor peso, sendo entre os vértices C e F e adiciona à solução. A execução continua selecionando as arestas de menor peso que ainda não foram adicionadas à solução e não gerem ciclo. Na Figura 2-b é apresentada a solução encontrada pelo algoritmo de Kruskal, sendo as arestas em verde o caminho da AGM. O uso de estruturas de dados simples permite que o algoritmo execute em tempo  $O(E \log V)$ .

### 3.2. Exclusão Reversa

Na Exclusão Reversa ou *Reverse-Delete Algorithm (RDA)* é realizado o processo de remoção das arestas de maior peso do grafo, basicamente funcionando no caminho inverso do algoritmo de Kruskal [Kleinberg e Tardos 2006]. A solução é inicializada com toda a estrutura do grafo e a cada iteração é removida uma aresta da estrutura; este processo é realizado até a AGM estar completa. A remoção da aresta só é mantida se o grafo permanecer conexo. A aplicação do algoritmo é apresentada na Figura 3.



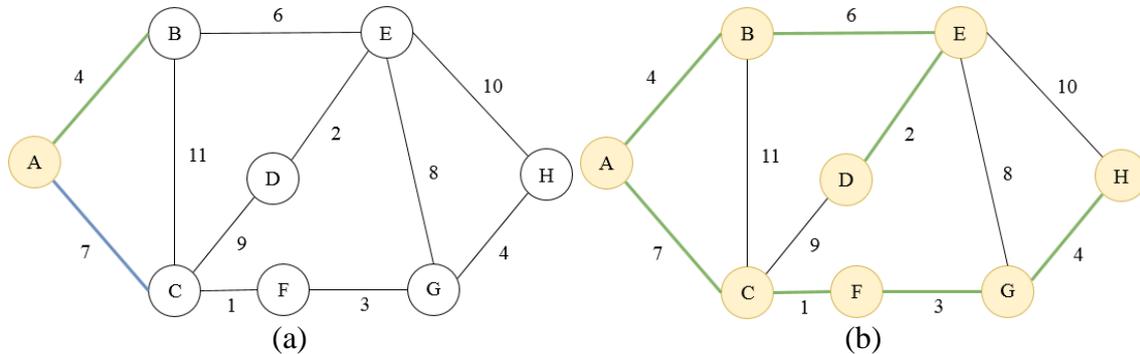
**Figura 3. Descrição da execução do algoritmo de Exclusão Reversa.**

A Figura 3-a exibe a exclusão da aresta de maior peso do grafo entre os vértices B e C. O processo de remoção é repetido até que cada vértice tenha somente uma ligação com a estrutura. Na Figura 3-b é apresentada a solução com a aplicação do algoritmo de Exclusão Reversa, sendo em vermelho as arestas removidas. O algoritmo executa com complexidade de  $O(E \log V (\log \log V)^3)$ .

### 3.3. Prim

O algoritmo de Prim parte da escolha inicial de um vértice, e a partir deste tem por objetivo identificar o menor caminho passando por todos os vértices do grafo. Assim dado um vértice inicial ( $v_1$ ) é mapeado o vizinho de menor custo ( $v_2$ ), em seguida selecionado o vértice de menor peso que seja adjacente de  $v_1$  ou  $v_2$ , realizando este

processo até que todos os vértices tenham sido visitados [Prim 1957; Sudhakar e Srinivas 2010; Sudhakar 2012]. Na Figura 4 é apresentada a descrição do algoritmo de Prim.



**Figura 4. Descrição da execução do algoritmo de Prim.**

O algoritmo de Prim recebe um vértice para começar a execução (no exemplo da Figura 4-a foi definido A como o vértice inicial). Em sequência são verificadas as arestas adjacentes de A, sendo B com peso 4 e C com peso 7; então, é selecionada a aresta com menor custo (aresta entre A e B com peso 4). Em seguida, são verificados os adjacentes aos vértices A e B e selecionada a aresta de menor peso que não atinja um vértice já visitado. Este processo é realizado até que todos os vértices estejam na solução. Na Figura 4-b é apresentado a AGM com a aplicação deste algoritmo.

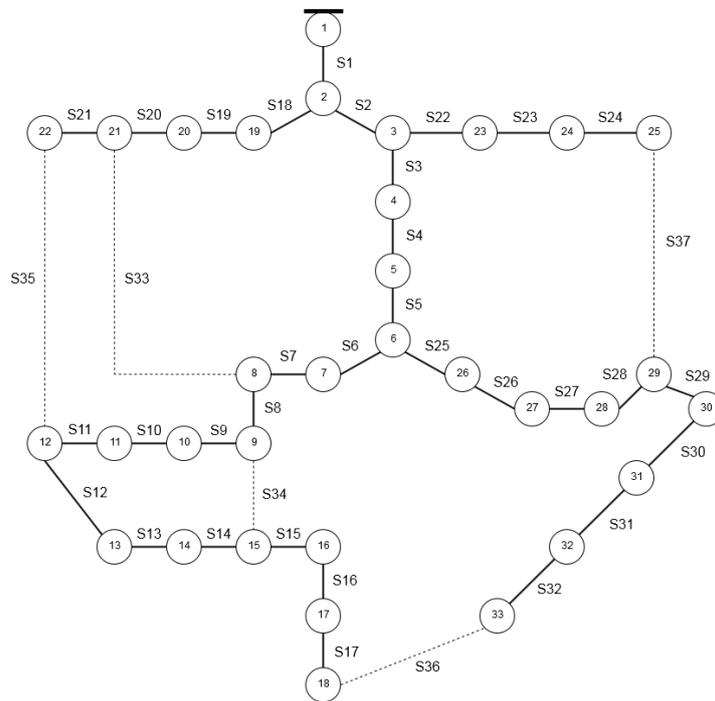
A complexidade do algoritmo de Prim utilizando pesquisa em matriz de adjacências fica em  $O(|V|^2)$ . Se estruturas mais eficientes como *heap fibonacci* forem utilizadas, em conjunto com o uso de lista de adjacências, sua execução pode melhorar para  $O(|E| + |V| \log |V|)$ .

## 4. Estudos de Caso

Para analisar os algoritmos da AGM foram utilizados dois estudos de caso, sendo: (i) Sistema 33 Barras e (ii) o Sistema de 16 Barras, Ambos conhecidos na literatura internacional, e utilizados na análise de redes de distribuição e reconfiguração [Baran e Wu 1989; Civanlar et al. 1988; Pavana e Triveni 2015; Sudhakar 2012].

### 4.1. Sistema 33 Barras

O primeiro estudo de caso é composto por um alimentador (representado na rede pelo vértice 1), 5 chaves de interconexão (chaves NA) e 32 chaves seccionadoras (chaves NF) [Baran e Wu 1989]. Para o estudo desta rede, foi considerada a existência de uma chave seccionadora para cada aresta do sistema de distribuição, onde para o peso das ligações foi considerada a impedância. A Figura 5 apresenta a configuração padrão do Sistema 33 Barras.



**Figura 5. Configuração padrão do Sistema 33 barras.**

**Adaptado: Pavana e Triveni, 2015.**

Conforme observado na Figura 5 cada uma das ligações está marcada com um identificador (S1, S2, ..., S37), onde são apresentados os valores da impedância ( $\sqrt{r^2 + x^2} = z$ ) de cada barra. O atributo de cada uma destas conexões é exibido na Tabela 1, sendo a primeira coluna a identificação de cada aresta (ID) e a segunda a impedância (Z).

**Tabela 1. Valores das conexões do Sistema 16 Barras.**

ID	Z	ID	Z	ID	Z	ID	Z
S1	0,103	S2	0,553	S3	0,411	S4	0,428
S5	1,082	S6	0,646	S7	0,749	S8	1,268
S9	1,280	S10	0,207	S11	0,394	S12	1,868
S13	0,895	S14	0,791	S15	0,924	S16	2,150
S17	0,930	S18	0,227	S19	2,025	S20	0,630
S21	1,175	S22	0,546	S23	1,144	S24	1,138
S25	0,228	S26	0,319	S27	1,412	S28	1,067
S29	0,570	S30	1,370	S31	0,477	S32	0,630
S33	2,828	S34	2,828	S35	2,828	S36	0,707
S37	0,707	-	-	-	-	-	-

#### 4.2. Sistema 16 Barras

O segundo estudo de caso é composto por três alimentadores (1, 2, 3), cada um com um disjuntor, três chaves de interconexão (chaves NA) e 13 chaves seccionadoras (chaves NF). Para efeitos de simplificação, foi considerada a existência de uma chave seccionadora para cada linha de distribuição, sendo o peso das barras a sua impedância.

Na Figura 6 pode ser observada a configuração padrão desta rede, sendo o subgrafo em azul os consumidores atendidos pelo alimentador 1, em verde pelo alimentador 2 e em vermelho pelo alimentador 3. A Tabela 2 apresenta os valores da impedância para cada aresta da rede, onde a primeira coluna apresenta a identificação da aresta (ID) e a segunda a impedância (Z).

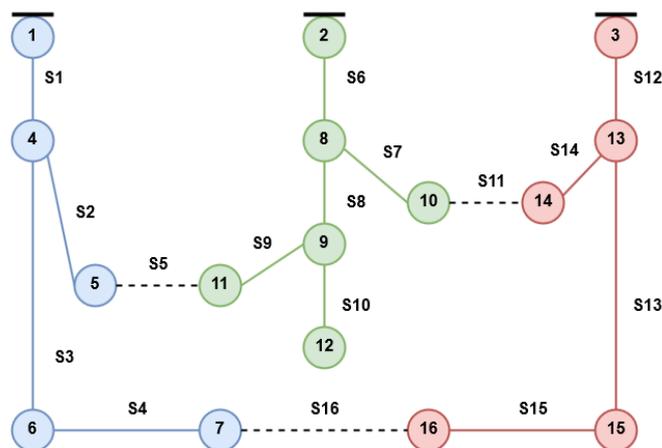


Figura 6. Configuração padrão do Sistema 16 barras.

Adaptado: Sudhakar e Srinivas, 2010.

Tabela 2. Valores das conexões do Sistema 16 Barras.

ID	Z ( $\Omega$ )						
S1	0,125	S2	0,136	S3	0,201	S4	0,056
S5	0,056	S6	0,156	S7	0,156	S8	0,136
S9	0,156	S10	0,136	S11	0,056	S12	0,156
S13	0,136	S14	0,150	S15	0,056	S16	0,150

## 5. Análise dos Resultados

Esta seção tem por objetivo apresentar o processo de análise dos algoritmos implementados para o problema da AGM, aplicado a redes de distribuição de energia elétrica.

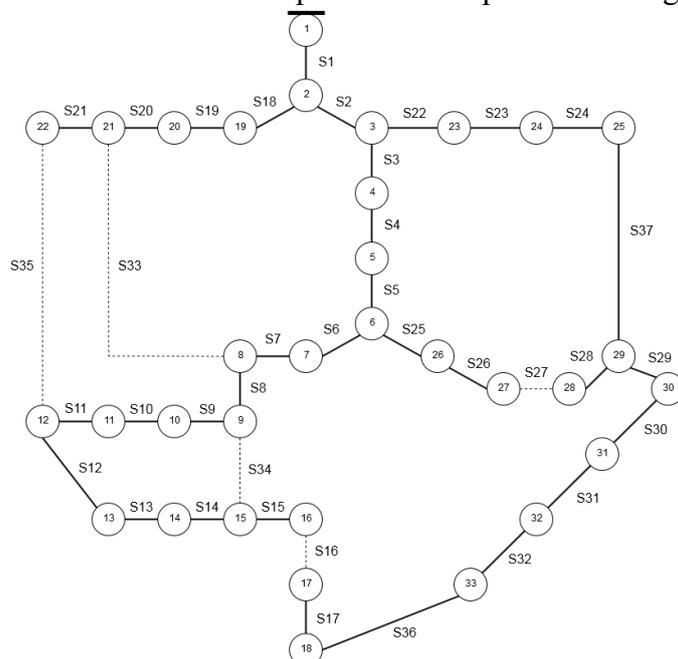
O primeiro estudo de caso apresenta apenas um alimentador dentro da estrutura permitindo a aplicação dos algoritmos de Kruskal, Exclusão Reversa e Prim. No Quadro 1 é apresentado um comparativo entre os algoritmos e a configuração padrão do Sistema 33 barras. A primeira coluna é a identificação da configuração, a segunda as chaves que ficaram abertas, a terceira a impedância total e a última a diferença da impedância em relação à configuração padrão.

Quadro 1. Comparativo entre a configuração padrão e os algoritmos da AGM para o Sistema 33 Barras.

Configuração	Chaves NA	Total(Z)	Diferença (Z)
Padrão	S33, S34, S35, S36, S37	27,637	-
Kruskal	S16, S27, S33, S34, S35	25,489	-2,148
Exclusão Reversa	S16, S27, S33, S34, S35	25,489	-2,148
Prim	S16, S27, S33, S34, S35	25,489	-2,148

Comparando os resultados dos algoritmos da AGM e a operação padrão do primeiro estudo de caso, foi possível analisar que com apenas a alteração de duas

chaves, houve a redução da impedância em 2,148  $\Omega$ , quase 10%. A representação visual da reconfiguração do Sistema 33 Barras pode ser acompanhada na Figura 7.



**Figura 7. Resultado do Sistema 33 Barras aplicado aos algoritmos da AGM.**

O segundo estudo de caso apresenta algumas peculiaridades, sendo composto por três alimentadores, permitindo a transferência de cargas entre os alimentadores quando necessário. Para a execução deste sistema é preciso realizar alguma adaptação, visto que um mesmo vértice não pode receber energia de dois ou mais alimentadores ao mesmo tempo, em função da restrição de radialidade.

A adaptação pode ser realizada nos próprios algoritmos ou através da adição de um vértice que conecte os três alimentadores, permitindo encontrar a AGM [Bez e Teive 2016; . Neste artigo, foi realizada a adaptação dos algoritmos, onde na solução dois alimentadores não podem conectar o mesmo vértice.

No Quadro 2 é apresentado um comparativo entre os algoritmos e a configuração padrão do Sistema 16 barras. A primeira coluna é a identificação da configuração, a segunda as chaves que ficaram abertas, a terceira a impedância do primeiro alimentador, seguido da impedância do segundo alimentador e do terceiro alimentador, na sexta coluna é apresentado a impedância total, na sétima coluna o desvio padrão de cada alimentador e na última a diferença da impedância em relação à configuração padrão.

**Quadro 2. Comparativo entre a configuração padrão e os algoritmos da AGM para o Sistema 16 Barras.**

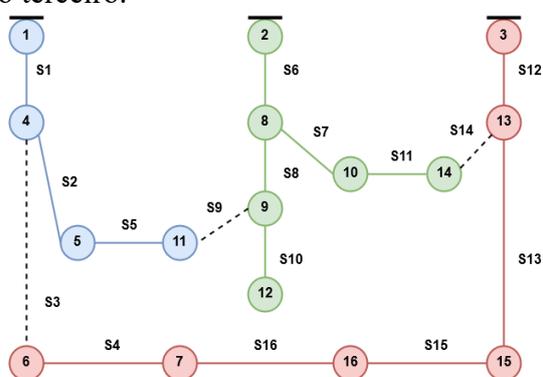
Config.	Chaves NA	A1 (Z)	A2 (Z)	A3 (Z)	Total (Z)	Desvio	Dif. (Z)
Padrão	S5, S16	0,519	0,739	0,498	1,756	0,133	-
Kruskal	S3, S9, S14	0,318	0,640	0,555	1,512	0,167	- 0,244
E. Rever	S3, S9, S14	0,318	0,640	0,555	1,512	0,167	- 0,244
Prim	S9, S11, S16	0,575	0,583	0,498	1,657	0,047	- 0,099

Analisando os resultados apresentados no Quadro 2 é possível inferir que todos os algoritmos melhoram a impedância total em relação à configuração padrão. A

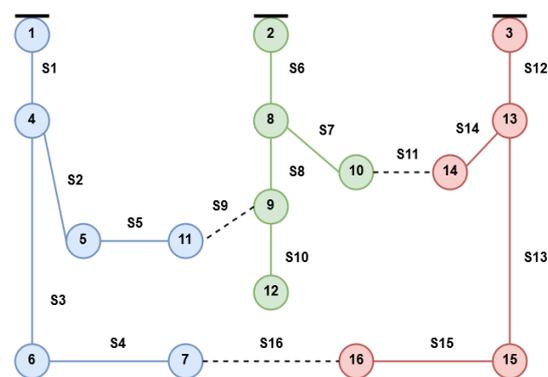
aplicação do algoritmo de Kruskal e Exclusão Reversa encontram a mesma qualidade em todos os itens avaliados. Apesar de encontrado os melhores resultados para a impedância total, o desvio entre os alimentadores se mostrou pior que a configuração padrão.

O algoritmo de Prim não conseguiu melhorar tanto a impedância total quanto os outros dois, porém o desvio entre os alimentadores ficou próximo a 0. Este fato deve ocorrer devido à característica do algoritmo ser orientado a vértices, e receber os alimentadores como vértices iniciais, enquanto Kruskal e Exclusão Reversa são orientados a aresta, inserindo ou excluindo-as conforme a natureza da técnica.

A representação visual para os algoritmos de Kruskal e Exclusão Reversa para o Sistema 16 Barras é apresentado na Figura 8a, enquanto para o algoritmo de Prim é exibido na Figura 8b. Para ambas as estruturas em azul são apresentadas os vértices contemplados pelo primeiro alimentador, em verde para o segundo e em vermelho para o terceiro.



**Figura 8a. Kruskal e Exclusão Reversa - Reconfiguração Sistema 16 Barras.**



**Figura 8b. Prim - Reconfiguração do Sistema 16 Barras.**

Observando ambas as estruturas das Figura 8a e 8b é possível identificar que apesar dos algoritmos de Kruskal e Exclusão Reversa apresentarem uma configuração com menor impedância total, o algoritmo de Prim encontra uma solução mais balanceada em termos de minimização de impedância e melhor divisão das cargas entre os alimentadores. Uma boa distribuição de cargas entre os alimentadores é extremamente importante, visto que em situações de contingências, quando possível e necessário, pode ocorrer a transferência de cargas entre os alimentadores. Neste caso, estruturas próximas à sua carga máxima terão dificuldade de assumir consumidores abastecidos por outro alimentador.

## 6. Considerações Finais

Este estudo apresentou a proposta de modelagem da rede de distribuição através da teoria dos grafos, apresentando os principais algoritmos encontrados na literatura que buscam encontrar a AGM, para realizar a reconfiguração de redes de distribuição.

Na comparação entre os algoritmos implementados para este estudo, foi possível identificar que a adaptação do algoritmo de Prim apresenta configurações mais balanceadas quando utilizado em redes com mais de um alimentador. Para estruturas com apenas um alimentador, todos os algoritmos encontram a mesma solução.

Como trabalhos futuros será implementado o algoritmo de Borůvka, para ambos os estudos de caso e realizado a análise e um comparativo com os demais. Também

serão selecionadas redes de distribuição maiores para a aplicação dos algoritmos, bem como a simulação de contingências.

## Referências

- Aranha Neto, E. A. C. (2006). Alocação de Chaves Automatizadas em Redes de Distribuição Utilizando Múltiplos Critérios. p. 125.
- Baran, M. E. e Wu, F. F. (1989). Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 4, n. 2, p. 1401–1407.
- Bez, D. M. e Teive, R. C. G. (2016). Análise de Algoritmos para Reconfiguração de Redes de Distribuição de Energia Elétrica. . *IEEE/AS International Conference on Industry Applications*.
- Bondy, J. e Murty, U. (1976). *Graph theory with applications*. Ontario, Canada: Elsevier Science Publishing Co., Inc. p. 264
- Brasil, Portal. Infraestrutura: Energia elétrica chega a 97,8% dos domicílios brasileiros, mostra censo demográfico. 2011. IBGE. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/infraestrutura/2011/11/energia-eletrica-chega-a-97-8-dos-domicilios-brasileiros-mostra-censo-demografico>>. Acesso em: 12 dez. 2016.
- Civanlar, S., Grainger, J. J., Yin, H. e Lee, S. S. H. (1988). Distribution Feeder Reconfiguration for Loss Reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3, n. 3, p. 1217–1223.
- Elétrica ANEEL, A. N. D. E. (2002). *Atlas de Energia Elétrica do Brasil*. p. 199.
- Kleinberg, J. e Tardos, É. (2006). *Algorithm Design*. 1st Editio ed. Boston, San Francisco. New York: Pearson Education, Inc. For. p. 1–824
- Kruskal, J. B. (1956). On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*
- Pavana, D. e Triveni, M. T. (2015). Power System Restoration in Distribution Network Through Reconfiguration Using Mst- Kruskal ' S Algorithm. p. 295–299.
- Prim, R. C. (1957). Shortest Connection Networks And Some Generalizations. *Bell System Technical Journal*, v. 36, n. 6, p. 1389–1401.
- Souza, F. A. De e Mantovani, S. C. a. (2008). Detecção de Falhas em Sistema de Distribuição de Energia Elétrica Usando Dispositivos Programáveis. Universidade Estadual Paulista.
- Sudhakar, T. D. (2012). Power Restoration in Distribution Network Using MST Algorithms. *New Frontiers in Graph Theory*. Chennai, India: InTech. p. 285–306.
- Sudhakar, T. D. e Srinivas, K. N. (2010). Prim ' s Algorithm for Loss Minimization and Service Restoration in Distribution Networks. v. 2, n. 1.
- Sudhakar, T. D. e Srinivas, K. N. (jan 2011). Power system restoration based on Kruskal's algorithm. In *Electrical Energy Systems (ICEES), 2011 1st International Conference on*. IEEE.