

## Máquina de aprendizagem aplicada ao reconhecimento automático de falhas em motores elétricos

Diego S. C. Rocha<sup>1</sup>, Aretha C. do Carmo<sup>1</sup>, João A. de Vasconcelos<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica– Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil

{diegoscr.ec,eng.aretha,vasconcelos.joao.antonio}@gmail.com

**Abstract.** *This article uses a signal database to automatically classify faults in rotating machines. Three models of extraction of characteristics of mechanical vibration signals are presented: RMS (Root Means Squares), Haar wavelet with fractal dimension and FFT (Fast Fourier transform) with statistical data. Finally, the learning machine concept with the XGBoost classifier (Extreme Gradient Boosting) is used to diagnose the failures. The results demonstrate the efficiency of all the techniques, and the Haar wavelet approach with fractal dimension obtained a result of accuracy of 0.9884 and area of the ROC curve of 0.9752, being superior to the literature results used as basis.*

**Resumo.** *Este artigo utiliza-se de uma base de dados de sinais, para classificar automaticamente falhas em máquinas rotativas. São apresentados três modelos de extração de características de sinais de vibrações mecânicas, sendo: RMS (Root Means Squares), wavelet de Haar com dimensão fractal e FFT (Fast Fourier transform) com dados estatísticos. Por fim, é utilizado o conceito de máquina de aprendizagem com o classificador XGBoost (Extreme Gradient Boosting) para diagnosticar as falhas. Os resultados demonstram eficiência de todas as técnicas, sendo que a abordagem wavelet de Haar com dimensão fractal obteve resultado de acurácia de 0.9884 e área da curva ROC de 0.9752, sendo superior aos resultados da literatura utilizados como base.*

### 1. Introdução

As indústrias fazem uso de equipamentos para otimização de sua produção aplicando máquinas com boas ferramentas preditivas, executando a manutenção necessária a fim de reduzir custos em situações de falhas críticas.

As máquinas rotativas como motores, geradores e motobombas são equipamentos comumente utilizados em quase todos os processos industriais. A análise de sinais de sensores (acelerômetros, tacômetros e microfones) como técnica de manutenção preditiva desses equipamentos permite que os especialistas verifiquem, de forma taxativa, seu estado de funcionamento.

Os sistemas de monitoramento industriais podem ser classificados como do tipo *off-line*, onde os dados dos sensores são coletados e posteriormente analisados, ou tipo *on-line*, quando as informações são adquiridas em tempo real permitindo uma análise *imediate* das máquinas [Costa, Araújo and Martins 2008].

[Ramalho et al. 2014] apresenta uma técnica de reconhecimento de padrões com transformada *wavelet* de Haar e dimensão fractal para extração de características

(*feature selection*) dos sinais de acelerômetros. Esses atributos são utilizados como entrada em uma rede neural para classificar falhas em motores.

[Ribeiro 2017] emprega a coleta de sinais de vibrações a partir do mouse óptico instalado em um motor elétrico para adquirir dados temporais das coordenadas  $x$  e  $y$  em conjunto com dados estatísticos, e utiliza o selecionador FDR (*Fisher's Discriminant Ratio*) para seleção de atributos mais relevantes.

[Marins et al. 2017] expõe a extração das características coletadas em acelerômetros, microfones e tacômetros baseada em DFT (*Discrete Fourier Transform*) e outros dados temporais, e utiliza a matriz de similaridade para fazer redução de dimensões.

Este trabalho utiliza os dados coletados a partir da base [MAFAUDA 2017]. São abordadas três técnicas de extração de características: (i) RMS (Root Means Squares), (ii) *wavelet de Haar* e dimensão fractal e (iii) FFT (*Fast Fourier Transform*) com dados estatísticos. Para diagnosticar o estado de operação do motor será utilizada a máquina de aprendizagem (*LM, Learning Machine*), o classificador XGBoost (*Extreme Gradient Boosting*).

## 2. Referencial Teórico

Esta Seção apresenta uma breve referência teórica dos conteúdos que serão adotados para execução da metodologia.

### 2.1. Máquina de Aprendizagem

No campo da Inteligência Artificial o aprendizado de máquina consiste no princípio de indução matemática para se obter conclusões genéricas através de um universo limitado de exemplos. No aprendizado de máquina da forma supervisionado, há a figura do professor que possui o conhecimento e, através de entradas e saídas preestabelecidas, este é capaz de rotular a saída para novas entradas apresentadas. Já no aprendizado não-supervisionado, não existe a figura do professor e o algoritmo, de forma contínua, tende a agrupar as entradas para fornecer suas respectivas saídas.

Na Figura 1, as amostras  $\mathbf{x}_i$  possuem  $m$  atributos ou características, ou seja,  $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{im})$ . Para cada amostra  $\mathbf{x}_i$ , haverá uma variável de saída  $y_i$  que representa a classificação (classes) [Silva and Scarpel 2007]. No conjunto rotulado em  $(\mathbf{x}_i, y_i)$ , em que  $\mathbf{x}_i$  é uma coleta e  $y_i$  é seu rótulo, o processo de indução de um classificador  $f(\mathbf{x})$  é dominado treinamento. O classificador pode ser visto em uma função  $f$ : para cada  $\mathbf{x}$  há sua predição  $y$ .

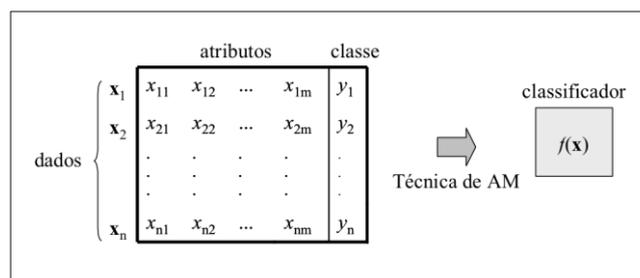


Figura 1. Diagrama básico de uma máquina de aprendizagem para um classificador.

### 2.1.1. Classificador XGBoost

O XGBoost é um algoritmo de classificação que utiliza o conceito de máquina de aprendizagem e é uma melhoria do algoritmo *gradient Boosting* de [Friedman 2001], cujas modificações estão descritas em [Chen and Guestrin 2016]. O XGBoost é recente na literatura, apresenta bons resultados e seu modelo utiliza-se do princípio de árvore de decisão.

Um modelo de árvore de decisão, por si só, é denominado “fraco” como classificador. Uma alternativa de melhoria é a combinação de várias árvores de decisão, tendo assim um comitê, que resulta em um classificador com alto poder preditivo. Essa é a estratégia adotada pelo classificador XGBoost.

Ao contrário do uso de vetores de recursos para calcular a semelhança entre previsão e históricos, o XGBoost utiliza o gradiente para aumentar a construção das árvores reforçadas. Assim, se obtém, de forma inteligente, as pontuações dos recursos, indicando a importância de cada característica para o modelo de treinamento. Quanto mais uma característica é utilizada para tomar decisões importantes com árvores impulsionadas, maior será a sua pontuação.

### 2.2. Transformada de Fourier

Os sinais dos sensores no domínio do tempo apresentam informações encapsuladas, uma das formas de extração e a transformação do sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência com a Transformada de Fourier. Essa realiza a decomposição de amplitude *versus* frequência, determinando o espectro da frequência do sinal.

A Transformada de Fourier de um sinal  $s(t)$  no domínio do tempo é definida pela Equação (1).

$$F\{s(t)\} := F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-i2\pi ft} dt \quad (1)$$

Que pode ser escrita, utilizando seno e cosseno pela Equação (2).

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos(-2\pi ft) dt + i \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin(-2\pi ft) dt \quad (2)$$

A transformada se baseia em sinais contínuos e periódicos que podem ser vistos como um conjunto de somatório de funções seno e cosseno. Para o caso de sinais discretos, que é o caso em questão, existe sua modificação para DFT (*Discrete Fourier transform*)<sup>1</sup>. Contudo, devido a seus custos computacionais, comumente utiliza-se a FFT (*Fast Fourier transform*)<sup>2</sup>.

### 2.3. Transformada Wavelet de Haar

Outra forma de transformada de sinais é a DWT (*Discrete Wavelet Transform*), que promove a decomposição do sinal em coeficientes de escala e detalhe. Ou seja, dado um

<sup>1</sup> Rader, C. M. (1968). Discrete Fourier transforms when the number of data samples is prime. Proceedings of the IEEE, 56(6), 1107-1108.

<sup>2</sup> Cochran, W. T., Cooley, J. W., Favon, D. L., Helms, H. D., Kaenel, R. A., Lang, W. W., Maling, G. C. Jun., Nelson, D. E., Rader, C. M. and Welch, P. D. (1967) What is the fast Fourier transform? Proceedings of the IEEE, 55(10), 1664-1674.

sinal  $x$  unidimensional, periódico e de frequência discreta, coletado em uma determinada frequência de amostragem ao longo de certo tempo, através da *wavelet* de Haar [Mallat 1999], extraem-se os coeficientes de escala (Equação (3)) e detalhe (Equação (4)) do primeiro nível de decomposição.

$$a_i = \frac{x[2(i-1)+1]+x[2i]}{2}, \quad (3)$$

$$d_i = x[2(i-1)+1] - x[2i], \quad (4)$$

em que  $i = 1, 2, \dots, N/2$ , sendo  $N$  o número de amostras.

As decomposições seguintes utilizam as mesmas Equações (3) e (4), calculadas sobre a componente de aproximação do nível anterior. Esse procedimento ocorre até um critério de parada.

### 3. Metodologia

#### 3.1. Base de Dados *Machinery Fault Database*

A base dados referenciada em [MAFAUDA 2017] é composta por séries temporais multivariadas, adquirida por sensores em MFS (*SpectraQuest's Machinery Fault Simulator*). O MFS é uma máquina que emula a dinâmica de motores com dois rolamentos de suporte de eixo e permite o estudo de múltiplas falhas, como massa desequilibrada, desalinhamento de eixo e problemas de rolamento [Marins et al. 2017].

O emulador faz a coleta de dados de oito sensores: tacômetro, acelerômetro triaxial mancal interno (axial, radial e tangencial), acelerômetro triaxial mancal externo (axial, radial e tangencial) e microfone. Os sinais são adquiridos em um taxa de amostragem de 51,2 kHz e são apresentados seis tipos de falhas (classes) em motores. Em [MAFAUDA 2017] são descritos os testes experimentais e especificações das falhas. Para cada classe são apresentados vários cenários de alteração da rotação do motor. Cada um desses cenários têm 250.000 amostras coletadas de forma temporal e a Tabela 1 representa a quantidade de cenários para cada classe.

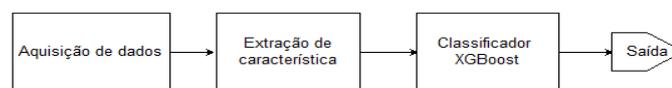
#### 3.2. Descrição do Experimento

Os dados adquiridos da base [MAFAUDA 2017] foram pré-processados em três modelos de extração de características, uma vez que os dados temporais são volumosos. 70% destes dados foram utilizados para treinamento e 30% para teste. O classificador XGBoost subdivide, aleatoriamente, o conjunto de treinamento disponível, utilizando a técnica de validação cruzada, com o número de cortes estabelecido, *k-fold* ( $k=10$ ). Os dados do corte usados para a aprendizagem formam o conjunto de aprendizagem e os demais cortes formam um conjunto de espera.

Os parâmetros do XGBoost são ajustados através da técnica *grid search*, que escolhe, dentre vários parâmetros, a melhor combinação. Finalmente o modelo treinado é validado com o conjunto de teste. A Figura 2 exibe o diagrama em blocos da metodologia descrita.

**Tabela 1. Quantidade de cenários por classes.**

Classes	Cenários
Normal (I)	49
Desequilíbrio (II)	333
Desalinhamento paralelo horizontal (III)	197
Desalinhamento paralelo vertical (IV)	301
<i>Underhang</i> (V)	558
<i>Overhang</i> (VI)	513
<b>Total</b>	<b>1951</b>

**Figura 2. Diagrama em blocos da metodologia utilizada.**

### 3.3. Modelo de Extração Baseado em RMS

O RMS ou raiz média quadrática de um sinal é um recurso de análise do tempo, corresponde à medida do conteúdo de energia da assinatura de vibração. Esse recurso clássico para análise de sinais apresenta bons resultados para a rastreabilidade do nível geral de ruído, mas não fornecerá nenhuma informação sobre qual componente está falhando. Pode ser muito eficaz na detecção de uma importante saída do equilíbrio em sistemas rotativos [Al-Ghamd and Mba 2006].

A Equação (5) é usada para calcular o valor RMS de uma série de dados para cada cenário. Esse modelo clássico, e simples, contudo, é sensível a interferências que podem provocar a maximização do erro irreduzível. A extração foi realizada para cada cenário, tanto para os seis sinais dos acelerômetros quanto para os sinais dos tacômetros e microfones, totalizando uma matriz final de oito colunas RMS para 1951 observações.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{Z} * \sum_{i=1}^Z x_i^2} \quad (5)$$

em que  $i = 1, 2 \dots, Z$ , sendo  $Z$  o número de amostras por cenário (250.000).

### 3.4. Modelo de Extração Baseado na Transformada *Wavelet* de Haar e Dimensão Fractal

Através do conjunto de detalhes  $d_i$  de todos os sinais (Equação (4)) pode-se promover a extração da energia, da entropia e da dimensão fractal (Seção 2.3.).

A energia ( $En$ ), Equação (6), fornece uma estimativa indireta da intensidade de vibração através do nível de variação desses coeficientes [Ramalho et al. 2014].

$$En = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D d_i^2, \quad (6)$$

onde  $D$  é número de detalhes dos sinais.

A entropia ( $Et$ ), Equação (7), aproxima o grau de desorganização dos sinais. Essa medida é realizada pela função densidade de probabilidade ( $P$ ) que foi construída através de um histograma dos sinais.

$$Et = - \sum_{i=1}^D P(d_i) \log P(d_i) \quad (7)$$

A dimensão fractal ( $Df$ ), Equação (8), é uma métrica que estima o comprimento do desdobramento de um sinal utilizando o algoritmo de contagem de caixa.

$$Df = \log N_b / \log R, \quad (8)$$

em que  $N_b$  é o número de caixas (*boxes*) e  $\partial$  são as dimensionais de tamanho  $R$  necessárias para cobrir os elementos não nulos do sinal. Para o caso particular de um sinal unidimensional ( $\partial = 1$ ), as caixas são representadas por segmentos de retas nele contido [Falconer 2004].

Embora essa estratégia tenha sido proposta para análise de vibrações [Ramalho et al. 2014], nesse experimento, ela foi adotada para os sinais do microfone e tacômetro, calculado a partir dos oito sinais de cada cenário  $\{En_1, Et_1, Df_1, \dots, En_8, Et_8, Df_8\}$ , totalizando uma matriz com 24 características e 1951 observações.

### 3.5. Modelo de Extração Baseado em Transformada de Fourier com Dados Estatísticos

A base [MAFAUDA 2017] apresenta uma informação relevante: o valor de rotação (fornecida pelo tacômetro), dado que permite o cálculo da frequência de rotação do motor [Lima et al. 2013].

Inicialmente, é realizada a FFT (Seção 2.2) de todos os sinais dos sensores. Com o resultado da transformada do sinal do tacômetro, Equação (9), se extrai o índice da frequência ( $I_d$ ) com maior magnitude. Posteriormente, ao valor desta magnitude é atribuído zero.

$$I_d = \text{arg}_d \max |s_I(t), \quad (9)$$

sendo  $s_I(t)$  os valores das magnitudes dos sinais da FFT.

Conforme a Equação (10), se extrai a frequência  $f_t$ .

$$f_t = \frac{I_d * f_s}{N}, \quad (10)$$

em que  $f_s$  é a frequência de amostragem de  $N$  amostras.

Esse processo, exibido pelas Equações (9) e (10), é repetido por mais três vezes resultando em quatro frequências. E, pela Equação (11), é extraída a frequência de rotação  $Rf$ .

$$Rf = \min\{f_{t1}, f_{t2}, f_{t3}, f_{t4}\} \quad (11)$$

O valor resultante da frequência de rotação é o primeiro atributo extraído. Em seguida, são extraídos a magnitude da FFT nos outros sete sinais pelo valor fundamental  $Rf_1$ , e nos dois primeiros harmônicos  $2Rf$  e  $3Rf$  [Lima et al. 2013]. Esse processo inicial de extração é executado em todos os sinais, resultando em 22 características:  $\{Rf_1, Rf_2, 2Rf_2, 3Rf_2, \dots, Rf_8, 2Rf_8, 3Rf_8\}$ .

Em seguida, no domínio do tempo, são retirados os seguintes atributos dos valores medidos de cada sensor:

Entropia ( $He$ ) é calculada pela Equação (7) com a mudança de  $d_i$  para os valores do sinal no domínio do tempo.

A média ( $Me$ ) é o momento de primeira ordem de sinal para as  $N$  amostras, Equação (12).

$$Me = \frac{\sum_{i=1}^N(x_i)}{N} \quad (12)$$

A curtose ( $Ku$ ) é a medida estatística de quarta ordem de um sinal, Equação (13).

$$Ku = \frac{E(x-E(x))^4}{[E(x-E(x))^2]^2} \quad (13)$$

Ao final desse método de extração obtêm-se:  $\{Rf_1, Rf_2, 2Rf_2, 3Rf_2, \dots, Rf_8, 2Rf_8, 3Rf_8, He_1, Me_1, Ku_1, \dots, He_8, Me_8, Ku_8\}$ , totalizando uma matriz com 46 características e 1951 linhas.

#### 4. Resultados e Discussões

Os métodos descritos nas Seções 3.3, 3.4 e 3.5 serão tratados, respectivamente, como A, B e C. Foram realizadas 30 repetições de cada método, um número considerado suficiente para gerar bons estimadores para cada conjunto de dados [Galvani and Gaertner 2006]. As métricas utilizadas como indicadores de desempenho foram a acurácia (ACC, accuracy) e a área sob a curva ROC (AUC, *area under the concentration curve ROC*).

A Tabela 2 apresenta os resultados alcançados para cada método. Todos os modelos são eficientes para diagnosticar falhas em motores, tendo a taxa de erro entre 2 e 7% de AUC ou entre 1 e 4% de ACC, com desvios baixos. O modelo *wavelet* de Haar (B) e extração RMS (A) apresentam os melhores resultados.

Um resultado de matriz de confusão obtido pelo modelo B é mostrado na Tabela 3.

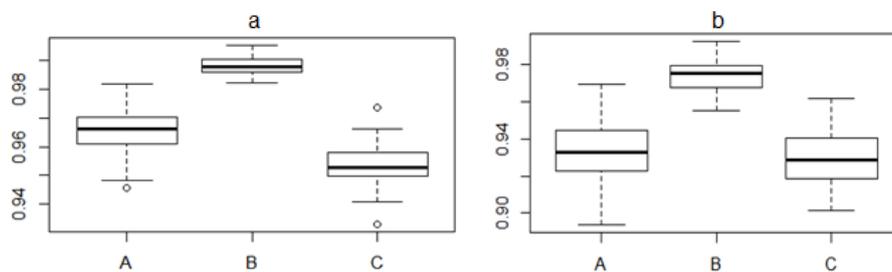
A Figura 3 ilustra o gráfico *Box-Plot* da distribuição dos dados da ACC e AUC, onde se percebe a existência de simetria dos valores, bem como uma boa repartição entre os *quantis*, com pouca influência de *outliers*.

**Tabela 2. Média e desvios de ACC e AUC dos métodos.**

MÉTODO	ACURÁCIA (ACC)	ÁREA DA CURVA ROC (AUC)
A	0.9652 ±0.008	0.9329 ±0.019
B	<b>0.9884 ±0.003</b>	<b>0.9752 ±0.009</b>
C	0.9536 ±0.007	0.929 ±0.014

**Tabela 3. Matriz de confusão de um resultado do Modelo B.**

Classes	I	II	III	IV	V	VI
I	21	0	0	0	0	0
II	0	96	0	0	0	0
III	0	0	57	2	0	0
IV	0	0	2	93	1	0
V	0	0	0	1	154	0
VI	0	0	0	0	0	158

**Figura 3. Gráficos Box-Plot: a) ACC; b) AUC.**

Posteriormente, com o atendimento das premissas de normalidade, homocedasticidade e independência dos resíduos, foi realizado o teste de análise de variância, também conhecida como ANOVA [Iversen e Norpoth 1987]. Para um nível de significância  $\alpha = 0.05$ , concluiu-se a existência de pelo menos 2 efeitos para os quais  $\tau_i \neq 0$ .

Por fim, o teste de Tukey<sup>3</sup> é executado para verificar se há diferença significativa ou não entre os resultados obtidos para cada modelo. Com  $\alpha = 0.05$ , o modelo B é significativamente melhor que o modelo A e C e esses são estatisticamente equivalentes. O resultado para o teste de Tukey com a diferença das médias é apresentado na Figura 4. É válido ressaltar que o modelo A, apesar de apresentar resultados inferiores a B, é bastante atraente para o uso em sistemas de monitoramento *on-line*, pois possui ordem de complexidade baixa  $o(n)$ .

<sup>3</sup> Tukey, J. W. (1962). The future of data analysis. The annals of mathematical statistics, 33(1), 1-67.

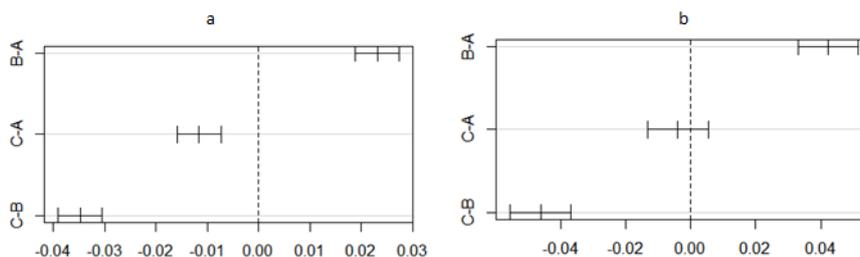


Figura 4. Diferença dos valores médios das métricas: a) ACC; b) AUC.

## 5. Conclusão

No escopo desse artigo foram abordadas técnicas de extração de características para o diagnóstico automático de falhas em motores com uso da base de dados [MAFAUDA 2017]. Foram investigados três modelos de seleção de características, combinados com o classificador XGBoost. Os testes mostraram que todas as estratégias são eficazes para classificação de falhas em máquina rotativas. Através do teste de Tukey pode-se afirmar, com 95% de confiança, que o modelo de extração de características baseado em transformada *wavelet* de Haar e dimensão fractal (B) é significativamente melhor que os outros dois modelos. Além disso, os resultados de B foram  $ACC = 0.988$  e  $AUC = 0.975$ , que são superiores aos apresentados na literatura e utilizados como base: [Lima et al. 2013], [Pestana-Viana et al. 2016] e [Marins et al. 2017].

Essa pesquisa apresentou uma importante contribuição para o diagnóstico de falhas em máquinas rotativas. Os métodos A e B, que geralmente são utilizados para acelerômetros, se mostraram eficazes para quando aplicados a outros sinais (tacômetro e microfone).

Sugere-se, em trabalhos futuros, a combinação entre técnicas de extração de característica, a utilização de outras transformadas *wavelet* (*Debeuchets* e *Symlets*), uma abordagem híbrida entre os modelos apresentados com seleção dos melhores atributos, o emprego de técnicas de redução de dimensionalidade e seleção de características relevantes, a implementação de outros classificadores como: KNN (*K-Nearest Neighbors*), SVM (*Support Vector Machines*), *naive Bayes* e Redes Neurais Artificiais.

## 6. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES – Brasil e CNPQ.

## Referências

- Al-Ghamd, A. M., and Mba, D. (2006). A comparative experimental study on the use of acoustic emission and vibration analysis for bearing defect identification and estimation of defect size. *Mechanical systems and signal processing*, 20(7), 1537-1571.
- Chen, T., and Guestrin, C. (2016). Xgboost: A scalable tree boosting system. In *Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining* (pp. 785-794). ACM.

- Costa, M. A., Araújo, D. C. P. and Martins, Al. J. A. L. (2008). Arquiteturas de Monitoramento e Diagnóstico de Transformadores de Potência. In *XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica - SENDI 2008*. Olinda, PE.
- Lima, A. A., Prego, T. D. M., Netto, S. L., da Silva, E. A., Gutierrez, R. H., Monteiro, U. A and Vaz, L. (2013). On fault classification in rotating machines using fourier domain features and neural networks. In *Circuits and Systems (LASCAS), 2013 IEEE Fourth Latin American Symposium on* (pp. 1-4). IEEE
- Falconer, K. (2004). *Fractal geometry: mathematical foundations and applications*. John Wiley & Sons.
- Friedman, J. H. (2001). Greedy function approximation: a gradient boosting machine. *Annals of statistics*, 1189-1232.
- Galvani, F., and Gaertner, E. (2006). Adequação da metodologia Kjeldahl para determinação de nitrogênio total e proteína bruta. *XI MET*, 34.
- Iversen, G. R., and Norpoth, H. (1987). *Analysis of variance* (No. 1). Sage.
- MAFAUDA - Machinery Fault Database. 2017. [Online]. Disponível em: <<http://www02.smt.ufrj.br/~offshore/mfs/>>. Acesso em: 13 ago. 2017.
- Mallat, S. (1999). *A wavelet tour of signal processing*. Academic press.
- Marins, M. A., Ribeiro, F. M., Netto, S. L., and da Silva, E. A. (2017). Improved similarity-based modeling for the classification of rotating-machine failures. *Journal of the Franklin Institute*. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2017.07.038>.
- Pestana-Viana, D., Zambrano-López, R., Lima, A. A., Prego, T. D. M., Netto, S. L., and da Silva, E. A. (2016). The influence of feature vector on the classification of mechanical faults using neural networks. In *Circuits & Systems (LASCAS), 2016 IEEE 7th Latin American Symposium on* (pp. 115-118). IEEE.
- Ramalho, G. L. B., Pereira, A. H., Rebouças Filho, P. P., and Medeiros, C. M. S. (2014). Detecção de falhas em motores elétricos através da classificação de padrões de vibração utilizando uma rede neural ELM. *HOLOS*, 30(4), 185-194. doi: 10.15628/holos.2014.1925.
- Ribeiro, D. A. (2017). *Análise de vibração em motores elétricos com mouse óptico* (Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Larvas, Larvas, MG).
- Silva, V. D., and Scarpel, R. A. (2007). Detecção de fraudes na distribuição de energia elétrica utilizando support vector machine. *Investigação Operacional*, 27(2), 139-150.