

Uma TDIC para o eEnsino de Álgebra Linear

Rino Cardoso M. Junior, Jeú C. Lima, Diogo C. Milagres, Lucas H. Negri

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul (IFMS)
79.200-000 – Aquidauana – MS – Brasil
Curso Técnico Integrado em Informática

rino.ifms@gmail.com, jeuchaveslima@gmail.com, diogo.milagres@ifms.edu.br,
lucas.negri@ifms.edu.br

Abstract. *This work describes the development of a web application targeted at aiding the teaching and learning process of high school linear algebra. The development process is described. The application, named as AlgLin, was made available on the internet, providing a step by step execution of the basic linear algebra operations such as matrix sum and multiplication. An analysis of the personal development achieved by the students during the project development is provided, considering the teaching-learning process point of view (didactic process).*

Resumo. *Neste trabalho é descrito o desenvolvimento de uma ferramenta web para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de álgebra linear a nível de ensino médio. O processo de desenvolvimento da ferramenta, intitulada AlgLin, é descrito. A ferramenta foi disponibilizada na internet, fornecendo a execução passo a passo das operações matriciais básicas, como a soma e multiplicação de matrizes. Por fim, discute-se o impacto que o desenvolvimento da ferramenta surtiu para os estudantes envolvidos, considerando o ponto de vista do processo de ensino-aprendizagem (processo didático).*

1. Introdução

A tecnologia está em constante evolução, procurando sanar as necessidades da sociedade. Nas instituições de ensino, temos muitas tecnologias que já estão em utilização, como projetores, lousas digitais e ambientes virtuais de aprendizagem. Segundo relatórios do Comitê Gestor da Internet no Brasil, “atores do sistema escolar e gestores públicos têm uma grande expectativa de que o acesso às tecnologias de informação e comunicação (TDIC) e sua adoção na escola sejam um elemento de grande potencial para [...] os resultados pedagógicos e os processos de ensino e aprendizagem” (CGI.BR, 2016, p. 27).

A matemática é uma importante disciplina, por estar sempre presente no dia a dia da sociedade, desde a pré-história até nos dias atuais, seja a nível pessoal ou comercial / profissional. Estudamos matemática durante toda a carreira acadêmica, iniciando pelos conceitos mais concretos e simples, chegando até conceitos mais abstratos e complexos. Ainda no ensino médio, os estudantes já são apresentados aos conceitos de Álgebra Linear, que envolve as operações matriciais como a soma, multiplicação, inversão e escalonamento de matrizes. Em sala de aula, percebe-se que o assunto de álgebra linear não é bem compreendido por todos os estudantes, que concluem o curso sem desenvolver a intuição algorítmica por trás dos métodos.

Tendo em vista as dificuldades encontradas por estudantes na aprendizagem de Álgebra Linear e com o intuito de fornecer uma tecnologia complementar que o professor possa utilizar em sala de aula no ensino dessa área da matemática, propõe-se neste trabalho a criação de uma TDIC (tecnologia digital de informação e comunicação), com interface *web*. A ferramenta, intitulada AlgLin, apresenta, em uma interface simples e amigável, uma interface gráfica para a realização interativa, passo a passo, das principais operações de álgebra linear, sendo elas a soma, subtração, multiplicação matricial, multiplicação por escalar e transposição de matriz. A ferramenta possui uma versão inicial *online*¹ e está sendo preparada para uso em sala de aula, em disciplinas regulares dos cursos técnicos integrados da instituição.

Entre os diversos usos e tipos de tecnologias, Valente (2005) enfatiza que a programação de computadores é mais eficaz na construção de conhecimento humano mediado pelo artefato computacional do que editores de texto, tutoriais, talvez o mais próximo em termos de eficácia são os *softwares* de simulação. A programação de computadores, segundo o autor, faz com que o computador saia da posição de fornecedor de informações, privilegiando a aprendizagem memorística, e migre para a posição de ferramenta, ativa no processo de aprendizagem.

Neste projeto, dois aspectos do uso de tecnologias estão sendo investigados: o artefato computacional para programar, pelos estudantes Jeú e Rino – e, em etapas futuras, por estudantes do ensino médio integrado ao técnico em informática, como uma sistemática de *aprender programando* – inclusive para outros tópicos matemáticos que não as operações entre matrizes; e a TDIC AlgLin como *software* de simulação para utilização em sala de aula. Nota-se seu formato na modalidade “simulação fechada”, conforme Valente destaca entre as diversas tecnologias educacionais. No caso da simulação fechada, “*a descrição é mais limitada e pode se restringir a definir valores de alguns parâmetros*” (VALENTE, 2005, p.201).

2. Metodologia

A ferramenta AlgLin foi desenvolvida para a *web*, de forma a ser utilizável por qualquer computador com um navegador *web* moderno, com acesso à internet ou a uma rede local. A sua interface foi desenvolvida (estrutura e leiaute) utilizando as linguagens de marcação e estilo HTML e CSS, enquanto que as funcionalidades interativas foram implementadas com a linguagem JavaScript. Mais detalhes do desenvolvimento desta TDIC podem ser vistos nesta seção, que apresenta as etapas e bibliotecas utilizadas neste trabalho.

2.1. Requisitos

Antes de iniciar a implementação do sistema, foi realizado o levantamento de requisitos da aplicação. As seguintes funcionalidades foram escolhidas para implementação na primeira versão da ferramenta: soma, subtração, multiplicação matricial, multiplicação por escalar e transposição de matriz. Foi estabelecido que o sistema deve funcionar com os navegadores *web* modernos, sem necessitar da execução de código em um servidor, de forma a facilitar a implantação e o uso do mesmo em redes locais ou *offline*. Outro requisito foi que a ferramenta deve operar mostrando o passo a passo das operações, não atuando como uma simples calculadora, com o objetivo de fazer com que o estudante visualize e compreenda, naturalmente, os algoritmos por trás de cada operação.

¹<http://www.alglin.com.br>

2.2. Bibliotecas e ferramentas

Um conjunto de bibliotecas foi escolhido para acelerar e simplificar o processo de desenvolvimento da TDIC. Para auxiliar a construção do leiaute, optou-se pelo uso do Bootstrap, que é uma biblioteca que fornece componentes pré-configurados e práticas para o desenvolvimentos de páginas *web* responsivas, poupando esforço do desenvolvedor. Para auxiliar na implementação das funcionalidades interativas, optou-se pelo uso do jQuery, que é uma biblioteca de JavaScript rica em funcionalidades. Esta biblioteca torna o desenvolvimento em JavaScript mais versátil e o código mais conciso.

A ferramenta de controle de versão Git foi utilizada para possibilitar o desenvolvimento em equipe, mantendo também um histórico com todas as modificações no código (BELL e BEER, 2014). Com a criação de um repositório no serviço *bitbucket*, foi possível que todos os membros sincronizassem o seu código com facilidade, possibilitando o acompanhamento do projeto pelos professores.

2.3 Processo de desenvolvimento

Os códigos foram desenvolvidos primeiramente na linguagem Java, que era a única linguagem que os estudantes conheciam no início do projeto. Essa linguagem foi utilizada para aprender o algoritmo das operações matriciais desejadas.

Para desenvolver esses algoritmos, os alunos envolvidos tiveram aulas complementares de álgebra linear, a fim de obter conhecimento suficiente na área para ser capaz de resolver, manualmente, os exercícios que envolvem álgebra linear. Após essa etapa didática, iniciou-se o desenvolvimento dos algoritmos. Primeiramente analisou-se como os alunos faziam para resolver manualmente, identificando os passos que eram feitos. A partir disso os alunos começaram a implementação, transcrevendo em linguagem de programação o que foi feito manualmente no processo de resolução do problema.

Após essa aprendizagem, já com o estudo de JavaScript e de disciplinas de desenvolvimento *web*, iniciou-se o desenvolvimento do AlgLin. Para estruturação da ferramenta, foi definida uma sequência de três telas/etapas principais. A primeira etapa é a da apresentação, que consiste de uma tela simples com função de servir como uma capa para a ferramenta. Na sequência, encontra-se uma página para o usuário escolher a operação desejada. Por último, encontra-se a página principal, que é onde os dados são inseridos e o resultado é mostrado de forma interativa (e iterativa). O cálculo é realizado de forma comentada, para que o usuário consiga acompanhar os algoritmos sem a necessidade de um tutor.

É importante salientar que o AlgLin tem objetivo de ser uma ferramenta educacional, e não uma calculadora. Por esse motivo, as matrizes têm tamanho máximo de 4 linhas e 4 colunas (4x4).

3. Resultados e discussão

A primeira versão da ferramenta foi concluída e está disponível *online*. Enquanto que as principais funcionalidades estão prontas para uso, ainda existem pontos a serem melhorados, como:

- Tornar toda a página responsiva e utilizável em dispositivos móveis;
- Implementar novas funcionalidades, como o cálculo de determinantes, inversão de matrizes e solução de sistemas lineares;
- Pequenos ajustes nas cores e na acessibilidade da ferramenta.

A interface do AlgLin foi desenvolvida para ser simples e direta, e para isso foi dividida em três telas/etapas principais, como descrito na metodologia. A primeira tela, vista na Figura 1, é uma tela de apresentação mostrada no início do acesso ao sistema.



Figura 1. Tela de apresentação do AlgLin.

A segunda tela, vista na Figura 2, apresenta as 8 operações do AlgLin, sendo que apenas 5 delas estão implementadas: soma, subtração, multiplicação matricial, multiplicação por escalar e matriz transposta.



Figura 2. Catálogo de operações disponíveis na ferramenta.

O usuário é permanentemente informado sobre o que ele deve/pode fazer. Ao clicar na operação desejada, ele é encaminhado para a terceira e última página (Figura 3), onde tudo acontece. Essa é a página principal.

AlgLin [Página Inicial](#) [Sobre](#) [Operações](#)

Nessa operação, as matrizes podem ter tamanhos diferentes, porém o número de colunas Matriz A (à esquerda) deve ser igual ao número de linhas da Matriz B (à direita).

Não é permitido matrizes superiores a 4x4. Qualquer valor acima disso será automaticamente mudado para 3x3.

Tamanho da Matriz A
Informe a quantidade de linhas e colunas

Quantidade de Linhas

Quantidade de Colunas

Tamanho das Matriz B
Informe a quantidade de linhas e colunas

Quantidade de Linhas

Quantidade de Colunas

Insira os dados nas matrizes

Matriz A		
a11	a12	a13
a21	a22	a23
a31	a32	a33

=

Matriz B		
b11	b12	b13
b21	b22	b23
b31	b32	b33

Resultado

Figura 3. Tela principal da operação de multiplicação matricial.

A tela principal, para toda operação, possui três seções. A primeira seção é para informar ao usuário sobre a operação que ele selecionou e para que o usuário informe a ordem, quantidade de linhas e colunas, da matriz. No caso da soma e da subtração as matrizes precisam ter tamanhos iguais, logo o usuário informa o tamanho de uma matriz apenas. Um exemplo da primeira seção pode ser visto na Figura 4.

Nessa operação, as matrizes podem ter tamanhos diferentes, porém o número de colunas Matriz A (à esquerda) deve ser igual ao número de linhas da Matriz B (à direita).

Não é permitido matrizes superiores a 4x4. Qualquer valor acima disso será automaticamente mudado para 3x3.

Tamanho da Matriz A
Informe a quantidade de linhas e colunas

Tamanho das Matriz B
Informe a quantidade de linhas e colunas

Figura 4. Primeira seção, responsável pela entrada do tamanho das matrizes.

A segunda seção, vista na Figura 5, é destinada à inserção dos valores nas matrizes, cada número em sua devida posição. Após inserir os dados da matriz o usuário deve clicar no botão de “igual” (=) para dar início à terceira seção, e a terceira seção é a responsável pela principal contribuição do AlgLin. Nessa seção, apresenta-se o passo a passo da operação, destacando as células das matrizes que irão ser utilizadas em cada passo da operação matricial, com o resultado mostrado gradativamente em uma terceira matriz (matriz C), como visto na Figura 6.

Insira os dados nas matrizes

Matriz A		Matriz B
3	2	4
1	5	2
1	5	5



Figura 5. Segunda seção, responsável pela entrada dos valores nas matrizes.

O usuário está no controle dos passos da operação, podendo avançar para a próxima etapa ou retornar para etapas anteriores conforme desejar, levando o tempo que julgar necessário para o seu processo de aprendizagem.

A interface realiza a validação dos dados, evitando que o usuário trabalhe com valores inválidos ou matrizes de tamanhos não compatíveis com a operação desejada, como pode ser visto no exemplo da Figura 7.

Passo a Passo

Multiplique os elementos da linha 2 da Matriz A (a esquerda) pelos elementos correspondentes da coluna 1 da Matriz B (a direita) para obter o elemento c_{21} .

$$1 \times 4 + 5 \times 1 = 9$$

Matriz A	Matriz B	Matriz Resultante
3	4	14
2	2	16
1	5	27
5	1	9
1	5	27



Figura 6. Terceira seção, responsável pelo passo a passo.

O AlgLin está disponível no endereço www.alglin.com.br, podendo ser acessado diretamente pela internet ou ser baixado pelo navegador para execução *offline*.

Além da ferramenta desenvolvida, vale ressaltar o resultado que o processo de desenvolvimento teve na aprendizagem dos estudantes envolvidos no projeto. No início do desenvolvimento do projeto, os alunos não possuíam experiência com desenvolvimento *web*, e possuíam um conhecimento básico sobre álgebra linear. Com o esforço despendido no projeto, os estudantes passaram a ter um conhecimento consolidado, tanto das tecnologias para o desenvolvimento de páginas *web* quanto de álgebra linear.

Nessa operação, as matrizes podem ter tamanhos diferentes, porém o número de colunas da Matriz A (à esquerda) deve ser igual ao número de linhas da Matriz B (à direita).

Não é permitido matrizes superiores a 4x4. Qualquer valor acima disso será automaticamente mudado para 3x3.

The image shows a web form with two sections. The first section, titled 'Tamanho da Matriz A', asks for the number of rows and columns. The input field contains '2', and the number '3' is highlighted in red. The second section, titled 'Tamanho das Matriz B', also asks for the number of rows and columns. The input field contains '2', and the number '2' is highlighted in red. Below these sections is a yellow banner with the text: 'Ops! Não será possível continuar a operação enquanto o número de colunas da Matriz A for diferente do número de linhas da Matriz B'.

Figura 7. Exemplo de validação dos dados fornecidos pelos usuários.

O conhecimento de álgebra linear mais avançado foi passado em algumas aulas complementares pelo coorientador, que é professor da área, porém, para aprender a resolver problemas complexos foi necessário muito treino, para gravar os passos e enfim entender como o processo funciona, possibilitando a implementação do algoritmo em código computacional.

4. Conclusão

Este trabalho relatou o processo de desenvolvimento do TDIC AlgLin, culminando na apresentação dos resultados. A primeira versão do sistema está disponível para uso, podendo ser acessada pela internet ou baixada e executada localmente.

Além da ferramenta, foi importante observar a aprendizagem dos estudantes envolvidos, tanto na área de desenvolvimento *web* quanto em álgebra linear. O processo de aprendizagem, que iniciou na solução de exercícios no papel e culminou na implementação dos algoritmos, solidificou o conhecimento adquirido em sala de aula, fornecendo a intuição necessária para o uso dessas operações em tarefas mais complexas.

Pais (2016) salienta que se deve fazer um esforço para que as potencialidades das fórmulas, regras e algoritmos sejam apreendidas pelo educando em forma de argumentação e na “exploração da virtualidade contida nessas máquinas abstratas”, em detrimento ao enaltecimento da prática de repetições que envolvem os procedimentos algorítmicos. Tanto do lado do desenvolvedor quanto do lado do usuário, o foco de estudo é o algoritmo. Pois, é a partir dele que damos sentido às estruturas externas de programação de computadores para trabalhar com álgebra linear – laços *for* aninhados, cabeçalho, declaração de variáveis, *kernel*² do código – e as respectivas estruturas matemáticas simbólicas, como abrir e fechar o grande par de colchetes que envolve os elementos da(s) matriz(es), preencher a estrutura do par de colchetes com os elementos da referida matriz, montar a operação, realizar os cálculos, compreendendo-os.

A ferramenta desenvolvida ainda está em fase de testes. Como trabalho futuro, citam-se a implementação das funcionalidades restantes (inversão de matrizes, solução de sistemas lineares), além de explorar a sistemática do *aprender programando*, para estudantes do ensino médio integrado ao

²No sentido de enfatizar a parte principal do código, que são os cálculos e procedimentos para se encontrar a matriz resultante.

técnico em informática e a aplicação controlada desta ferramenta em turmas regulares e em turmas de nivelamento do ensino médio, para verificar o efeito do AlgLin como ferramenta didática.

Referências

Bell, P. e Beer, B. (2014) “Introdução ao GitHub: Um guia que não é técnico”. 1 ed. São Paulo: Novatec Editora.

Comitê Gestor da Internet no Brasil – CGI.br. **Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras: TDIC educação 2015**. Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR – NIC.br. São Paulo: 2016.

Pais, L. C. **Algoritmos e regularidade**. Publicado em janeiro de 2016. Disponível em <<https://www.recantodasletras.com.br/artigos-de-educacao/5520581>>. Acesso em: out-2018.

Valente, J. A. **A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias da informação e comunicação na educação**. 238p. Tese (Livre Docência) – Universidade Estadual de Campinas – Instituto de Artes. Campinas, SP: 2005.