

Custo-benefício na opção do bairro sob o enfoque quali-quantitativo utilizando a lógica fuzzy

Natalie Henriques Martins, Regina Serrão Lanzilotti

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ)
20550-013, Rio de Janeiro

natalie_henriques@yahoo.com.br, reginalanzilotti@terra.com.br

Abstract. *This paper aims to create a fuzzy classification model of city of Rio de Janeiro neighborhood of city. Factors related to the neighborhood where it is located a residential property to be taken in consideration, so we can evaluated the structure offered by neighborhoods and investigated the cost-benefit ratio. The use of fuzzy logic allowed the creation of a model aligned to neighborhood characteristics. Key-words: fuzzy logic, Mahalanobis distance, ellipsoidal rules, additive fuzzy system, decision.*

Resumo. *O presente artigo objetiva a criação de um modelo de classificação fuzzy de bairros da cidade do Rio de Janeiro. Fatores relacionados ao bairro onde está localizado um imóvel residencial devem ser levados em consideração, sendo assim, avaliou-se a estrutura oferecida pelos bairros e investigou-se a relação custo-benefício. A utilização da lógica fuzzy permitiu a criação de um modelo alinhado a características do bairro. Palavras-chave: lógica fuzzy, distância de Mahalanobis, regras elipsoidais, sistema aditivo fuzzy, decisão.*

1. Introdução

A cidade do Rio de Janeiro, capital do estado do Rio de Janeiro, é a segunda mais populosa do Brasil, muito conhecida no exterior, sendo uma das mais exploradas por turistas e é um dos principais centros culturais, econômicos e financeiros do país. Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística [IBGE, 2013], a estimativa da população em 2013 é de aproximadamente 6,4 milhões de habitantes, distribuídos em 160 bairros oficiais de acordo com o Instituto Pereira Passos [IPP, 2013].

A partir de 2011, ocorreram e ainda ocorrerão eventos de grande repercussão para o Rio de Janeiro, como a conferência Rio+20 das Nações Unidas e eventos esportivos de grande importância mundial (Copa do Mundo de Futebol e Olimpíadas). Estes acontecimentos possibilitam a atração de recursos para a cidade, assim como a geração de empregos, melhorias de infraestrutura e valorização territorial.

Hoje em dia, um assunto muito comentado é a valorização que os imóveis do Rio de Janeiro tiveram nos últimos anos. Segundo Schneirder (2011), esta valorização é reflexo da combinação de alguns fatores, dentre eles, o alto déficit habitacional, escassez de terrenos para construção de novos empreendimentos imobiliários, além dos grandes eventos citados anteriormente.

Na hora de optar por um imóvel residencial, obviamente não se avalia apenas o imóvel em si, fatores relacionados ao bairro onde está localizado também devem ser

investigados. O presente estudo objetiva avaliar a estrutura oferecida pelos bairros da cidade e definir a relação custo-benefício que o mesmo apresenta, considerando o valor de imóveis residenciais.

Os bairros da cidade podem ser agrupados por zonas: norte, oeste, central e sul [Wikipédia 2013]. Os bairros da zona sul são considerados os mais nobres.

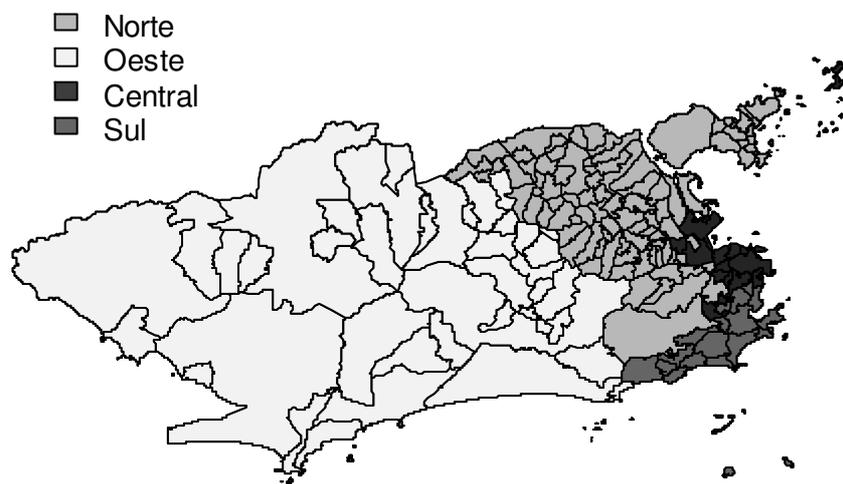


Figura 1. Mapa da cidade do Rio de Janeiro por zonas

A avaliação de custo-benefício é uma análise quali-quantitativa, principalmente ao se levar em consideração muitas características dos bairros. Sendo assim, para tal avaliação necessita-se de um método que possibilite uma modelagem flexível.

A metodologia utilizada foi a lógica fuzzy (lógica não-formal, lógica nebulosa ou lógica difusa) que possibilita capturar em um modelo matemático, conceitos intuitivos.

2. Bases Teóricas

2.1. Lógica Fuzzy

Segundo Zadeh (1965), a lógica formal (lógica booleana) é frágil, e expôs que “à medida que a complexidade de um sistema aumenta, nossa habilidade de fazer afirmações precisas e que sejam significativas acerca deste sistema diminui até que um limiar seja atingido, além do qual precisão e significância (ou relevância) tornam-se quase que características mutuamente exclusivas [...]”.

Diferentemente da lógica formal, a lógica fuzzy detém a possibilidade de avaliação de atributos vagos e imprecisos, atribuindo graus de importância (pertinências) para cada um deles. É uma maneira de modelar a incerteza da linguagem natural que contém ambiguidade e multiplicidade de significados expressos em termos geralmente qualitativos [Terano et al. 1991].

Atribuir uma pertinência a um atributo seria o contrário de discretizá-lo, já que muitas das vezes os conceitos são linguísticos e, desta forma, consegue-se “traduzir” estes conceitos para o âmbito da matemática. A lógica fuzzy é uma forma de gerenciamento da incerteza, através da expressão de termos com um grau de certeza,

num intervalo numérico [0,1], onde a certeza absoluta é representada pelo valor 1 [Simões e Shaw 2007].

Apesar da pertinência de um atributo variar entre 0 e 1, na lógica fuzzy a mesma não deve ser encarada como uma probabilidade, e sim como uma medida de compatibilidade do objeto com o conceito apresentado pelo conjunto fuzzy [Braga et al. 1995].

As etapas do sistema de inferência fuzzy é mostrado na Figura 2.



Figura 2. Sistema de Inferência Fuzzy

São fornecidas variáveis de entrada para o módulo fuzzificador que, por sua vez, fornece medidas quali-quantitativas para a máquina de inferência. Nela, processa-se a aplicação de uma regra, constituída de proposições, envolvendo termos de variáveis linguísticas. Normalmente, a agregação de atributos é baseada em regras do tipo SE...E/OU...ENTÃO, sendo que o operador “E” representa o mínimo (realiza a intercessão dos conjuntos fuzzy pelo produto algébrico entre os conjuntos) e o operador “OU” representa o máximo (realiza a união entre conjuntos).

Em alguns casos, quando se considera muitas variáveis em uma análise que utiliza a lógica fuzzy, pode haver uma “explosão de regras”. Para administrar tal procedimento, deve-se recorrer a um princípio de extensão que possibilite a obtenção das pertinências através do auxílio de outras áreas, neste caso utilizou-se a variabilidade preconizada pela Estatística.

2.2. Princípio de Extensão: Regras pela Distância de Mahalanobis

Um gráfico de dispersão apresenta a agregação de granulações que podem ser consideradas como manchas-regras fuzzy dos conjuntos e $A_j \times B_j$ podem ter a forma de um elipsoide no estado de entrada-saída de reposição de um sistema [Kosko 1997].

Um sistema fuzzy aditivo aproxima uma função, cobrindo seu gráfico com manchas das regras elipsoidais [Dickerson e Kosko 1996]. Segundo Kosko (1997), os conjuntos fuzzy se formam quando os elipsoides são projetados no gráfico e cada partição do conjunto é definida através dos centroides da projeção.

Neste trabalho, utilizou-se a métrica do conjunto de funções (pertinências), que preservam as correlações entre os componentes de entrada. A forma elipsoidal sugere o quadrado da distância de Mahalanobis (d^2) como a base para a similaridade do conjunto de funções $a_j(x)$. Os n vetores m_j^i contêm os n componentes do vetor de quantização m_j no espaço de entrada-saída $R^n \times R$, com matriz de covariância k_j^i ; sendo $d(x)$ a distância da escala de covariância do vetor de entrada x para a média local m_j^i [Kosko 1997].

$$d(x)^2 = (x - m_j^i)^T (k_j^i)^{-1} (x - m_j^i)$$

Se dividirmos $(x - m_j^i)$ de cada variável pelo seu respectivo desvio-padrão, teremos que k_j^i passará a ser a matriz de correlação, com elementos no intervalo $[-1,1]$, e estaremos trabalhando com as variáveis padronizadas, ou seja, estaremos nos prevenindo de possíveis diferenças de escala entre as variáveis.

A distância de Mahalanobis será útil para a definição das pertinências, como segue abaixo, onde q é o número de variáveis utilizadas na análise.

$$a_j(x) = \begin{cases} 1 - \frac{d(x)}{q}, & \text{se } d(x) \leq q \\ 0 & , \text{se } d(x) > q \end{cases}$$

Na Figura 3, considerando $q = 2$, temos os contornos elipsoidais com igual distância de Mahalanobis. O ponto v está mais perto do centro do que o ponto u , pois $d(u) > d(v)$, então $a(u) < a(v)$.

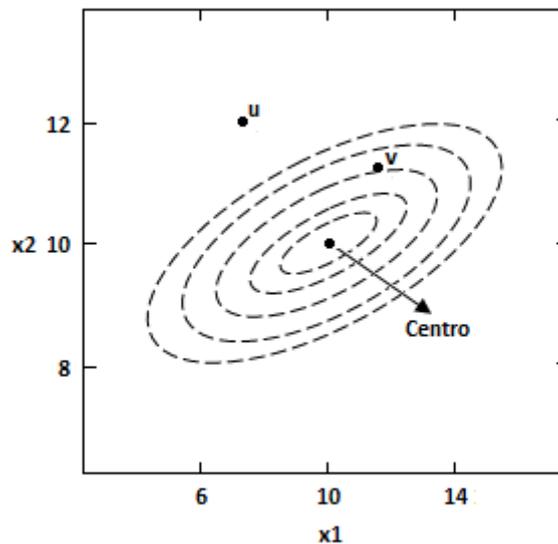


Figura 3. Contornos elipsoidais com igual distância de Mahalanobis

O princípio de extensão da lógica fuzzy deste artigo utilizou a distância de Mahalanobis para obter o valor da pertinência de cada n-upla do espaço multidimensional prescindiu das regras fuzzy SE...E/OU...ENTÃO da inferência fuzzy clássica.

3. Materiais e Métodos

O presente estudo se baseia em dados oriundos dos registros disponíveis do Armazém de Dados do IPP, no período de 2000 a 2011 – portal on-line de informações geográficas e estatísticas da cidade do Rio de Janeiro; ISP (Instituto de Segurança Pública) – autarquia que detém os dados e auxilia no desenvolvimento de políticas públicas relativas à segurança pública do estado do Rio de Janeiro; e do site Zap Imóveis – portal imobiliário de anúncio de imóveis que disponibiliza estatísticas referentes aos aproximadamente 50.000 imóveis cadastrados no site, localizados na cidade do Rio de Janeiro.

A base de dados foi estruturada no nível bairro, e as variáveis consideradas foram: valor médio do metro quadrado de imóveis residenciais no primeiro semestre de 2013 [Zap Imóveis, 2013]; taxa por 100.000 habitantes de registros de ocorrência de crimes [ISP, 2012] – roubos, extorsões, furtos, lesões corporais; Índice de Desenvolvimento Social – IDS [IPP, 2000], Índice de Desenvolvimento Humano – IDH [IPP, 2000]; extensão de praias [IPP, 2007]; taxa por 100.000 habitantes de espaços ajardinados e livres – praças, largos, jardins, parques e outros espaços ajardinados e livres [IPP, 2007]; taxa por 100.000 habitantes de locais de entretenimento – espaços cênicos, cinemas, espaços e centros culturais [IPP, 2011], taxa por 100.000 habitantes de estabelecimentos comerciais [IPP, 2010], taxa por 100.000 habitantes de estabelecimentos com serviços médicos, odontológicos e veterinários [IPP, 2010], quantidade de instituições de ensino [IPP, 2010]. Outra variável que seria interessante adicionar ao estudo é a frota de ônibus, porém não houve disponibilidade a nível bairro para a cidade do Rio de Janeiro.

Dentre os bairros, 14 foram excluídos da análise devido ao fato de não possuírem a informação de valor médio do metro quadrado de imóveis residenciais ou ao fato desta informação se apresentar inconsistente (poucas observações com muita discrepância de valores), dado que esta informação é uma das principais para o objetivo do estudo: Acari, Barros Filho, Campo dos Afonsos, Cidade Universitária, Complexo do Alemão, Costa Barros, Deodoro, Engenheiro Leal, Galeão, Gericinó, Jacarezinho, Maré, Parque Colúmbia e Vasco da Gama.

As variáveis de valor médio do metro quadrado de imóveis residenciais e taxa por 100.000 habitantes de registros de ocorrência de crimes foram multiplicadas por menos 1 pois deve-se interpretar que, quanto maior o valor delas, pior para a avaliação do bairro. As demais variáveis possuem uma interpretação inversa, ou seja, quanto maior o valor, melhor para a avaliação do bairro.

Após esta transformação, todas as variáveis foram padronizadas, ou seja, tiveram suas médias subtraídas e, deste resultado, foram divididas pelo respectivo desvio-padrão. As vantagens de considerar as variáveis padronizadas é não ter problemas de escalas diferentes e utilizar a matriz de correlação entre elas para o cálculo das pertinências.

Ao final da modelagem, os bairros foram enquadrados em 3 grupos definidos como custo-benefício ALTO, MÉDIO e BAIXO.

A função $a_j(x)$ definiu as pertinências e, dos decis desta distribuição, determinou-se os pontos de corte para a classificação dos 3 grupos.

O reagrupamento dos decis ocorreu de modo que os bairros pertencentes aos 2 decis de pertinência mais baixa foram considerados como bairros de ALTO custo-benefício, os pertencentes aos 2 decis de pertinência mais alta foram considerados como bairros de BAIXO custo-benefício, e os bairros restantes como de MÉDIO custo-benefício.

4. Resultados

Os resultados extraídos foram obtidos através do software R versão 2.13.2 para a base de 146 registros de bairros da cidade do Rio de Janeiro.

A Tabela 1 apresenta os valores médios e coeficientes de variação das características das zonas da cidade. A zona norte é a que possui mais bairros. Fica claro que os bairros da zona sul são, em média, os que possuem os imóveis residenciais mais caros. Considerando os valores médios das zonas por bairro, aparentemente a zona sul deveria ter os menores (melhores) custos-benefícios por bairro.

Tabela 1. Descrição das características das zonas

Zonas		Central	Norte	Oeste	Sul	Total
Quantidade de bairros		13	78	38	17	146
% de bairros		8,9%	53,4%	26,0%	11,6%	100,0%
Valores médios por bairro	População residente	17.735	31.734	68.340	36.964	38.693
	coeficiente de variação	0,72	0,80	1,08	0,98	1,20
	IDS	0,58	0,61	0,54	0,74	0,62
	coeficiente de variação	0,08	0,10	0,18	0,14	0,18
	IDH	0,83	0,85	0,82	0,93	0,86
	coeficiente de variação	0,06	0,06	0,08	0,07	0,13
	Valor médio do m ² (R\$)	4.723	3.503	3.649	9.995	5.467
	coeficiente de variação	0,42	0,27	0,39	0,23	0,46
	Registros de Ocorrência	621	477	713	346	539
	coeficiente de variação	1,90	0,94	1,26	1,09	1,24
	Locais de Entretenimento	6	1	1	6	4
	coeficiente de variação	2,64	2,59	3,07	1,03	1,70
	Estabelecimentos comerciais	1.063	305	503	850	680
	coeficiente de variação	2,85	1,55	2,07	1,24	1,69
	Estabelecimentos médicos	77	35	69	172	89
	coeficiente de variação	3,007	3,041	2,688	1,345	1,837
	Instituições de ensino	29	18	20	29	24
	coeficiente de variação	2,74	1,26	1,75	0,99	1,40
	Espaços ao ar livre e ajardinados	17	8	29	9	16
	coeficiente de variação	1,23	1,01	1,53	0,86	1,60
Extensão das praias (km ²)	0,56	0,15	1,26	0,65	0,65	
coeficiente de variação	3,18	3,03	2,79	1,38	2,99	

Os valores mínimos e máximos de pertinências obtidas serviram como indicativo para analisar a distribuição dos bairros nos grupos (Tabela 2).

Tabela 2. Conjuntos - Pertinências mínimas e máximas

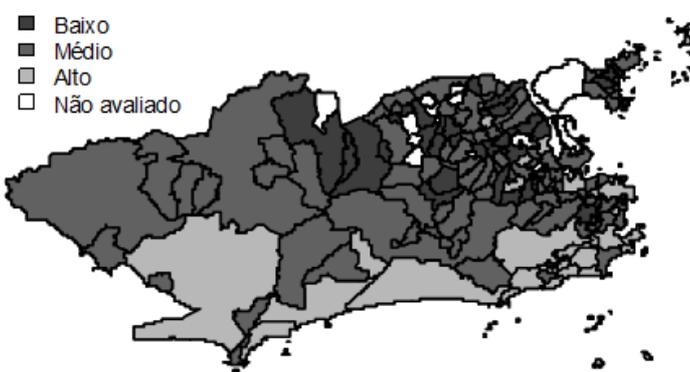
Conjuntos	Pertinência Mínima	Pertinência Máxima	Quantidade Bairros	% Bairros
Baixo	0,876	0,936	30	20,5%
Médio	0,682	0,876	87	59,6%
Alto	-	0,673	29	19,9%
Total	-	0,936	146	100,0%

A Tabela 3 exibe uma concentração considerável de bairros da zona norte no conjunto de baixo custo-benefício e nenhum bairro da zona sul neste mesmo conjunto. Isso significa que, de acordo com as características avaliadas, apesar dos bairros da zona sul possuírem altos valores de metro quadrado em imóveis residenciais, é possível manter uma alta qualidade de vida morando em bairros da zona norte com um custo de vida mais baixo.

Tabela 3. Distribuição percentual dos bairros por zonas nos grupos de custo-benefício

Zona	Custo-benefício			Total
	Baixo	Médio	Alto	
Central	7,7%	53,8%	38,5%	13
Norte	29,5%	62,8%	7,7%	78
Oeste	15,8%	68,4%	15,8%	38
Sul	-	29,4%	70,6%	17
Total	20,5%	59,6%	19,9%	146

Na Figura 4 é apresentada a distribuição espacial dos bairros de acordo com a classificação obtida pela relação custo-benefício.

**Figura 4. Distribuição espacial dos bairros por classificação de custo-benefício**

As Tabelas 4, 5 e 6 mostram um importante detalhamento dos resultados das pertinências encontradas para cada bairro, contendo a discriminação pelas zonas e grupos de baixo, médio e alto custo-benefício.

Tabela 4. Pertinências dos bairros por zonas nos grupos de custo-benefício das zonas central e sul

Bairro	Zona	Pertinência	Custo Benefício	Bairro	Zona	Pertinência	Custo Benefício
Catumbi	Central	0,880	Baixo	Cosme Velho	Sul	0,735	Médio
Estácio	Central	0,854	Médio	Flamengo	Sul	0,732	Médio
Gamboa	Central	0,841	Médio	Copacabana	Sul	0,689	Médio
Caju	Central	0,832	Médio	Humaitá	Sul	0,672	Alto
Benfica	Central	0,827	Médio	Jardim Botânico	Sul	0,639	Alto
Santa Teresa	Central	0,815	Médio	Botafogo	Sul	0,627	Alto
Santo Cristo	Central	0,807	Médio	Vidigal	Sul	0,610	Alto
Glória	Central	0,715	Médio	Leme	Sul	0,577	Alto
São Cristóvão	Central	0,635	Alto	Lagoa	Sul	0,553	Alto
Cidade Nova	Central	0,488	Alto	São Conrado	Sul	0,546	Alto
Saúde	Central	0,423	Alto	Leblon	Sul	0,516	Alto
Paqueta	Central	0,253	Alto	Catete	Sul	0,515	Alto
Centro	Central	-	Alto	Gávea	Sul	0,456	Alto
Rocinha	Sul	0,769	Médio	Urca	Sul	0,319	Alto
Laranjeiras	Sul	0,739	Médio	Ipanema	Sul	0,283	Alto

Tabela 5. Pertinências dos bairros por zonas nos grupos de custo-benefício da zona norte

Bairro	Zona	Pertinência	Custo Benefício	Bairro	Zona	Pertinência	Custo Benefício
Turiaçu	Norte	0,916	Baixo	Vila Cosmos	Norte	0,844	Médio
Rio Comprido	Norte	0,914	Baixo	Higienópolis	Norte	0,843	Médio
Rocha Miranda	Norte	0,910	Baixo	Bancários	Norte	0,839	Médio
Engenho da Rainha	Norte	0,909	Baixo	Encantado	Norte	0,834	Médio
Inhaúma	Norte	0,909	Baixo	Pitangueiras	Norte	0,834	Médio
Jardim Carioca	Norte	0,907	Baixo	Cachambi	Norte	0,829	Médio
Brás de Pina	Norte	0,904	Baixo	Jacaré	Norte	0,825	Médio
Olaria	Norte	0,903	Baixo	Colégio	Norte	0,822	Médio
Engenho Novo	Norte	0,900	Baixo	Abolição	Norte	0,818	Médio
Cavalcanti	Norte	0,895	Baixo	Irajá	Norte	0,816	Médio
Guadalupe	Norte	0,893	Baixo	Parque Anchieta	Norte	0,808	Médio
Engenho de Dentro	Norte	0,892	Baixo	Parada de Lucas	Norte	0,804	Médio
Ricardo de Albuquerque	Norte	0,891	Baixo	Mangueira	Norte	0,802	Médio
Cordovil	Norte	0,889	Baixo	Água Santa	Norte	0,802	Médio
Jardim América	Norte	0,887	Baixo	Andaraí	Norte	0,799	Médio
Tauá	Norte	0,887	Baixo	Todos os Santos	Norte	0,784	Médio
Marechal Hermes	Norte	0,886	Baixo	Portuguesa	Norte	0,783	Médio
Lins de Vasconcelos	Norte	0,886	Baixo	Grajaú	Norte	0,783	Médio
Sampaio	Norte	0,886	Baixo	Riachuelo	Norte	0,781	Médio
Tomás Coelho	Norte	0,882	Baixo	Moneró	Norte	0,777	Médio
Bento Ribeiro	Norte	0,881	Baixo	Zumbi	Norte	0,776	Médio
Honório Gurgel	Norte	0,879	Baixo	Manguinhos	Norte	0,763	Médio
Ramos	Norte	0,876	Baixo	Cacuía	Norte	0,759	Médio
Quintino Bocaiúva	Norte	0,876	Médio	Cocotá	Norte	0,756	Médio
Penha	Norte	0,872	Médio	São Francisco Xavier	Norte	0,733	Médio
Vila Isabel	Norte	0,870	Médio	Ribeira	Norte	0,729	Médio
Pavuna	Norte	0,870	Médio	Vicente de Carvalho	Norte	0,728	Médio
Piedade	Norte	0,869	Médio	Rocha	Norte	0,721	Médio
Oswaldo Cruz	Norte	0,869	Médio	Praça da Bandeira	Norte	0,712	Médio
Penha Circular	Norte	0,866	Médio	Tijuca	Norte	0,710	Médio
Praia da Bandeira	Norte	0,865	Médio	Jardim Guanabara	Norte	0,707	Médio
Pilares	Norte	0,865	Médio	Maracanã	Norte	0,705	Médio
Anchieta	Norte	0,861	Médio	Madureira	Norte	0,701	Médio
Freguesia Ilha	Norte	0,858	Médio	Del Castilho	Norte	0,673	Alto
Maria da Graça	Norte	0,851	Médio	Alto da Boa Vista	Norte	0,584	Alto
Vaz Lobo	Norte	0,848	Médio	Méier	Norte	0,581	Alto
Coelho Neto	Norte	0,847	Médio	Vila da Penha	Norte	0,535	Alto
Cascadura	Norte	0,847	Médio	Vista Alegre	Norte	0,487	Alto
Vigário Geral	Norte	0,846	Médio	Bonsucesso	Norte	0,486	Alto

Tabela 6. Pertinências dos bairros por zonas nos grupos de custo-benefício da zona oeste

Bairro	Zona	Pertinência	Custo Benefício	Bairro	Zona	Pertinência	Custo Benefício
Tanque	Oeste	0,936	Baixo	Gardênia Azul	Oeste	0,804	Médio
Praça Seca	Oeste	0,906	Baixo	Jardim Sulacap	Oeste	0,788	Médio
Bangu	Oeste	0,898	Baixo	Itanhangá	Oeste	0,788	Médio
Padre Miguel	Oeste	0,893	Baixo	Vila Vakueire	Oeste	0,787	Médio
Magalhães Bastos	Oeste	0,884	Baixo	Cidade de Deus	Oeste	0,770	Médio
Realengo	Oeste	0,883	Baixo	Anil	Oeste	0,769	Médio
Curicica	Oeste	0,868	Médio	Jacarepaguá	Oeste	0,744	Médio
Taquara	Oeste	0,864	Médio	Sepetiba	Oeste	0,740	Médio
Vila Militar	Oeste	0,857	Médio	Vargem Pequena	Oeste	0,710	Médio
Santíssimo	Oeste	0,853	Médio	Pedra de Guaratiba	Oeste	0,709	Médio
Senador Camará	Oeste	0,843	Médio	Barra de Guaratiba	Oeste	0,709	Médio
Pechincha	Oeste	0,838	Médio	Campinho	Oeste	0,704	Médio
Campo Grande	Oeste	0,833	Médio	Vargem Grande	Oeste	0,682	Médio
Cosmos	Oeste	0,822	Médio	Camorim	Oeste	0,458	Alto
Freguesia Jpa	Oeste	0,822	Médio	Recreio dos Bandeirantes	Oeste	0,449	Alto
Senador Vasconcelos	Oeste	0,816	Médio	Guaratiba	Oeste	0,333	Alto
Inhoaíba	Oeste	0,808	Médio	Barra da Tijuca	Oeste	0,174	Alto
Paciência	Oeste	0,808	Médio	Joá	Oeste	0,136	Alto
Santa Cruz	Oeste	0,804	Médio	Grumari	Oeste	-	Alto

5. Conclusão e Trabalhos Futuros

O estudo permitiu observar que, apesar dos imóveis da zona sul estarem muito valorizados, estes altos valores não são compensados pela estrutura e segurança de seus bairros.

Na zona norte, 92,3% dos bairros (baixo e médio custo-benefício) apresentam a possibilidade de compra mais acessível, com boa estrutura e segurança, possibilitando assim manter a qualidade de vida. Esta proporção para as zonas oeste e central correspondem, respectivamente, a 84,2% e 61,5%. A zona sul possui apenas 29,4% de seus bairros com médio custo-benefício e nenhum bairro com baixo custo-benefício.

Em estudos futuros, se possível, seria bastante agregador acrescentar informações sobre o transporte público, como por exemplo, a frota de ônibus disponível no bairro. Esta informação não se encontra disponível até o momento.

Outra possibilidade de modelagem com o uso de princípio de extensão fuzzy seria adotar algoritmos neurofuzzy ou fuzzy genético.

Referências

- Braga, M., Barreto, J. and Machado, M. (1995) “Conceitos da Matemática Nebulosa na Análise de Risco”, Editora Artes & Rabiscus, Rio de Janeiro.
- Dickerson, J. and Kosko, B. (1996) “Fuzzy function approximation with ellipsoidal rules”, <http://sipi.usc.edu/~kosko/ellipsoidalrules.pdf>, Agosto.
- IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2013), “Estimativa Populacional 2013”, ftp://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2013/estimativa_2013_dou.pdf, Dezembro.

- IPP – Instituto Pereira Passos (2000), “Índice de Desenvolvimento Social - IDS por AP,RP,RA, bairro e favela”, <http://www.armazemdedados.rio.rj.gov.br/>, Dezembro.
- IPP – Instituto Pereira Passos (2000), “Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDH), por ordem de IDH, segundo os bairros ou grupo de bairros”, <http://www.armazemdedados.rio.rj.gov.br/>, Dezembro.
- IPP – Instituto Pereira Passos (2007), “Extensão das praias, segundo as Áreas de Planejamento, Regiões Administrativas e Bairros”, <http://www.armazemdedados.rio.rj.gov.br/>, Dezembro.
- IPP – Instituto Pereira Passos (2007), “Área territorial e número de praças, largos, jardins, parques e outros espaços ajardinados e livres segundo bairros, Regiões Administrativas e Áreas de Planejamento”, <http://www.armazemdedados.rio.rj.gov.br/>, Dezembro.
- IPP – Instituto Pereira Passos (2010), “Número de estabelecimentos por atividade econômica segundo as Áreas de Planejamento, Regiões Administrativas (RA) e Bairros”, <http://www.armazemdedados.rio.rj.gov.br/>, Dezembro.
- IPP – Instituto Pereira Passos (2011), “Espaços e centros culturais, segundo as Regiões Administrativas e Bairros”, <http://www.armazemdedados.rio.rj.gov.br/>, Dezembro.
- IPP – Instituto Pereira Passos (2013), “Bairros Oficiais”, <http://portalgeo.rio.rj.gov.br/bairrosariocas/>, Outubro.
- ISP – Instituto de Segurança Pública (2012), estatísticas criminais do estado do Rio de Janeiro, <http://www.isp.rj.gov.br/>, Dezembro.
- Kosko, B. (1997) “Fuzzy Engineering”, Edited by Prentice Hall, New Jersey.
- Schneider, L. (2011), “Valorização dos Imóveis no Rio de Janeiro”, <http://www.agenteimovel.com.br/noticias/2011/03/16/valorizacao-dos-imoveis-no-rio-nao-e-especulacao-afirma-schneider/>, Março.
- Simões, M. and Shaw, I. (2007) “Controle e modelagem fuzzy”, Edited by Prentice Blücher/FAPESP, São Paulo.
- Terano, T., Asai, K. and Sugeno M. (1991) “Fuzzy systems theory and its applications”, Edited by Academic Press Limited, San Diego.
- Wikipédia (2013), “Lista de bairros da cidade do Rio de Janeiro” [http://pt.wikipedia.org/wiki/Anexo:Lista de bairros da cidade do Rio de Janeiro](http://pt.wikipedia.org/wiki/Anexo:Lista_de_bairros_da_cidade_do_Rio_de_Janeiro), Junho.
- Zadeh, L. (1965) “Fuzzy Sets”, http://ac.els-cdn.com/S001999586590241X/1-s2.0-S001999586590241X-ain.pdf?_tid=bcf305ce-4169-11e3-b2dc-00000aab0f02&acdnat=1383140994_80f30b071222f20b98cf515f8c9afe8c, Novembro.
- Zap Imóveis (2013), valor médio do metro quadrado de imóveis residenciais na cidade do Rio de Janeiro, <http://www.zap.com.br/imoveis/fipe-zap/>, Julho.