

Aplicação de Otimização Multiobjetivo por Enxame de Partículas no Planejamento Energético de Sistemas Hidrotérmicos

Jonathan C. Silva¹, Gélson C. Júnior¹, Cássio D. N. Vinhal¹

¹Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação – UFG
Av. Universitária, n. 1488, Setor Leste Universitário
74605-010 – Goiânia – GO – Brazil

jonathancardos@gmail.com, gcruz@eee.ufg.br, cassio@eee.ufg.br

Abstract. *The operational planning of hydrothermal generation systems is a complex optimization problem. The goals of the optimization problem are to achieve rational operational strategies of hydroelectric plants in order to minimize the use of power plants while maintaining the level of the power plant reservoirs full at the end of the planning period. Moreover, the problem must consider a set of complex constraints. This article presents the application of a Multiobjective Particle Swarm Optimization technique, MOPSO, for the mid-term energy planning involving a group of eight Brazilian hydroelectric plants in three distinct historical periods. Compared with previous published studies using a single goal, it was noted that the MOPSO could achieve good results for periods of average and high flow rates of the rivers, being necessary to refine the search to better meet the study period of the droughts.*

Resumo. *O planejamento operacional dos sistemas de geração hidrotérmicos é um problema de otimização complexo. Deseja-se alcançar estratégias de operação das usinas hidrelétricas de modo a minimizar o uso de usinas termelétricas e ao mesmo tempo manter o nível dos reservatórios das usinas cheio no final do período de planejamento. Além disto, o problema deve atender a um conjunto de complexas restrições. Neste artigo, apresentamos a aplicação de uma técnica de Otimização por Enxame de Partículas Multiobjetivo, MOPSO, para o planejamento energético de médio prazo envolvendo um grupo de oito usinas hidrelétricas brasileiras em três períodos históricos distintos. Em comparação com estudos publicados usando um único objetivo, notou-se que o MOPSO conseguia atingir bons resultados para os períodos de vazões médias e altas dos rios, sendo preciso refinar a pesquisa para atender melhor ao estudo dos períodos das secas.*

1. Introdução

Realizar a operação e planejamento dos sistemas hidrotérmicos elétricos é um grande desafio que deve considerar diversos fatores, como: a demanda por energia, o uso racional dos recursos naturais envolvidos, as limitações físicas de produção, vazões dos rios, a interdependência entre as usinas dentre outros [Cruz Júnior 1998]. O planejamento deve ser feito de modo a atender todas as restrições inerentes ao problema e deve procurar minimizar os custos operacionais do sistema. As usinas termelétricas são grandes poluentes e tem

um custo de manutenção elevado, portanto, são mais utilizadas como fonte complementar, ou seja, quando a energia produzida pelas hidrelétricas não for suficiente, recorre-se à geração por energia térmica para atender à demanda. Deseja-se, portanto fazer maior uso da geração de energia hidráulica em detrimento da térmica [Cruz e Soares 1996].

Os sistemas hidrotérmicos apresentam alta complexidade por conta do número elevado de restrições envolvidas na modelagem do problema. Os recursos hídricos são limitados e existe um compromisso temporal e espacial que envolve as usinas quanto ao uso das águas e, por conta disto, as decisões tomadas em determinado período poderão afetar o armazenamento de água no futuro. Além disto, é preciso manter o nível da água para outros fins, como o controle de cheias, navegação, irrigação e saneamento.

O planejamento da operação energética de médio (alguns meses) e longo prazo (de alguns meses a anos) deve considerar todas estas variáveis bem como as incertezas quanto às chuvas nos horizontes de planejamento e, conseqüentemente o nível dos rios onde as usinas estão instaladas [Cicogna 2003]. Este é um problema de otimização de grande porte, dinâmico, estocástico, interconectado e não-linear [Gomides 2012], e diversas técnicas tem sido aplicadas para modelar e fornecer soluções ótimas para este problema, tanto clássicas, como a Programação Dinâmica e Algoritmos Não-Lineares de Fluxo em Redes, quanto metaheurísticas, como *Simulated Annealing*, Algoritmos Evolucionários e Otimização por Enxame de Partículas (PSO - *Particle Swarm Optimization*).

A Otimização por Enxame de Partículas (PSO) é um otimizador global inspirado na Etologia, ramo da Zoologia que estuda o comportamento animal do ponto de vista evolutivo, pelos processos de seleção natural [Kennedy e Eberhart 1995]. O algoritmo contém uma modelagem matemática que faz analogia ao comportamento de bando de pássaros (que voam juntos otimizando o gasto de energia do grupo) e tem ganhado atenção recentemente dentre as metaheurísticas pela sua simplicidade de implementação, robustez e baixo custo computacional [Eberhart e Shi 1998]. O PSO é composto por partículas, que, semelhantes aos indivíduos nos Algoritmos Evolucionários, são candidatas à solução do problema; as partículas "voam" no espaço de busca, ajustando sua trajetória de acordo com a melhor posição encontrada por ela e por vizinhos até o momento.

O PSO, bem como algumas de suas variações, foi utilizado para resolver o problema de otimização dos sistemas hidrotérmicos no médio prazo, conforme o estudo de [Gomides et al 2012]. Neste estudo, as partículas procuravam encontrar a melhor solução para minimizar o uso de usinas termelétricas na geração de energia em períodos definidos de 60 meses com dados reais do Sistema Interligado Nacional Brasileiro (SIN). O problema usado tinha discretização mensal e além da otimização do custo térmico, as soluções que deixavam os reservatórios incompletos ao fim do período estudado eram penalizadas, com o intuito de garantir melhor gerência dos recursos devido ao acoplamento das usinas [Gomides 2012].

Apesar deste estudo privilegiar as soluções que deixavam os reservatórios cheios no final do período de planejamento, notou-se a necessidade de tratar isto como um objetivo a ser otimizado, junto com a minimização dos custos de operação. Neste artigo serão apresentados os resultados da execução de um algoritmo PSO para mais de um objetivo, MOPSO - *Multiobjective PSO*, adaptado de acordo com [Coello, Pulido e Lechuga 2004]. O algoritmo utiliza a fronteira de Pareto como critério de decisão e armazena as melhores

soluções encontradas em um arquivo externo, que serve de orientação para as partículas (semelhante aos vizinhos no PSO). Nas próximas seções, o problema e os algoritmos serão descritos e os resultados encontrados até o momento serão analisados.

2. Formulação do Problema

O problema do planejamento da operação energética preocupa-se em determinar o melhor despacho hidrelétrico ao longo de um período estabelecido, procurando minimizar a complementação da geração de energia por parte de fontes térmicas. Além disto, é importante que a energia armazenada do sistema ao final do período de planejamento seja máximo, o que fará com que os reservatórios das usinas estejam cheios ou com o maior nível possível. A técnica PSO, de um único objetivo, trata esta questão como uma restrição do problema e penaliza as soluções que tiverem energia armazenada menor que 100%, aqui, porém define-se a otimização do nível final dos reservatórios como o segundo objetivo do problema. A Tabela 1 lista as siglas utilizadas na formulação e as seções abaixo descrevem as equações envolvidas.

2.1. Funções Objetivo

As funções objetivo a serem otimizadas são descritas por um vetor de objetivos $\vec{F}$ (equação 1). A primeira função a ser minimizada (F_1) representa o custo total da geração de energia térmica complementar e pode ser vista na equação 2. No problema, as usinas termelétricas são representadas por uma única usina fictícia, e uma função de custo é aplicada ao total de energia que se deseja produzir com esta fonte (para complementar a demanda não suprida pelas usinas hidrelétricas). O segundo objetivo (F_2) diz respeito à energia armazenada, que é a energia associada com o armazenamento de todos os reservatórios, levando em conta o acoplamento entre eles. A representação de F_2 pode ser vista na equação 3.

$$\vec{F} = \{F_1, F_2\} \quad (1)$$

$$F_1 = \min \sum_{t=1}^T f(gt_t) \quad (2)$$

$$F_2 = \max \frac{EA(v_T^*)}{EA_{max}} \quad (3)$$

Como a geração de energia térmica depende de gastos com combustível, mão-de-obra, estoques e manutenção, o seu custo total é geralmente expresso por uma função polinomial da potência gerada [Cruz Júnior 1998]. Este custo é exibido na equação 4.

$$f(gt_t) = \alpha + \beta \cdot gt_t + \gamma \cdot (gt_t)^2. \quad (4)$$

A energia armazenada final do sistema, em MWmed, é calculada no último período de planejamento (T) e pode ser expressa pela equação 5 [Cruz Júnior 1998].

Tabela 1. Símbolos da nomenclatura utilizada na formulação do problema

Símbolo	Significado
F	Custo de produção térmica total.
v_{it}	Volume de armazenamento do reservatório da usina hidrelétrica i durante o período t .
$\vec{v}_t$	Vetor de volume das usinas do sistema no período t .
R	Conjunto de usinas com reservatório.
J_i	Conjunto de usinas à jusante da usina i .
k_j	Produtibilidade da usina j . Esta constante envolve o rendimento do conjunto turbina-gerador (η_j), a aceleração da gravidade (g) e o peso específico da água (ρ). $k_j = \eta_j \cdot g \cdot \rho$.
h_{eq_j}	Altura equivalente máxima da usina j .
$EA(\vec{v}_t)$	Energia armazenada no período t .
EA_{max}	Energia armazenada máxima.
T	Número total de intervalos do horizonte de planejamento.
t	Índice do intervalo de tempo.
N	Número total de usinas hidrelétricas.
i	Índice da usina hidrelétrica.
gt_t	Geração de energia da usina termelétrica durante o período t
$f(gt_t)$	Função de custo de produção térmico aplicado no período t
gh_{it}	Geração de energia da usina hidrelétrica i durante o período t
spl_{it}	Vazão vertida pela usina i durante o período t .
y_{it}	Vazão incremental afluyente à usina i durante o período t .
Φ_i	Conjunto de usinas imediatamente à montante do reservatório i .
D_t	Demanda a ser atendida durante o período t .
L_t	Perdas da transmissão de energia no período t .
α, β, γ	Coeficientes da função de custo térmico da geração de energia.
v_i^{min}, v_i^{max}	Volumes mínimo e máximo de reservatório da usina i .
$q_i^{min}, q_i^{max}(h_i(t))$	Turbinagens mínima e máxima da usina hidrelétrica i .
gh_i^{min}, gh_i^{max}	Geração elétrica mínima e máxima da usina hidrelétrica i .
$h_i(t)$	Queda líquida da usina hidrelétrica i no período t .

$$EA(\vec{v}_T) = \sum_{i \in R} [v_{iT} \cdot \sum_{j \in J_i} k_j \cdot h_{eq_j}] \quad (5)$$

2.2. Restrições

O planejamento energético é um problema complexo que envolve várias restrições, devido aos limites físicos dos reservatórios. As restrições consideradas neste artigo são exibidas abaixo:

- **Balanceamento de carga no sistema:** a demanda de energia elétrica deve ser atendida pela geração hidráulica e complementada pela geração térmica.

$$gt_t + \sum_{i=1}^N gh_{it} - D_t - L_t = 0. \quad (6)$$

- **Limites de geração de energia:** tanto as usinas termelétricas quanto as hidrelétricas possuem limites de operação.

$$gt^{min} \leq gt_t \leq gt^{max}; gh_i^{min} \leq gh_{it} \leq gh_i^{max}. \quad (7)$$

- **Balanceamento dinâmico de água:** o volume do reservatório de uma usina num determinado período t é o volume que ela possuía no período anterior, somado ao que ele recebeu de água subtraído o que ela devolveu de água ao sistema.

$$v_{it} = v_{i,t-1} + I_{it} - q_{it} - spl_{it} + \sum_{m=1}^{\Phi_i} [q_{m,t} + spl_{m,t}], m \in \Phi_i. \quad (8)$$

- **Limites de reservatório:** os reservatórios possuem limites físicos que devem ser respeitados.

$$v_i^{min} \leq v_{it} \leq v_i^{max}; v_{i0} = v_i^{ini}; v_{iT} = v_i^{end}. \quad (9)$$

- **Limites de turbinagem:** as vazões turbinada pelas usinas hidráulicas estão sujeitas às restrições físicas das mesmas, sendo que essa turbinagem deverá respeitar um limite máximo e mínimo.

$$q_i^{min} \leq q_{it} \leq q_i^{max}(h_i(t)). \quad (10)$$

3. Otimização por Enxame de Partículas Multiobjetivo

A Otimização por Enxame de Partículas (PSO) é um método de busca baseado em uma população de tamanho N chamadas partículas. As partículas exploram o espaço de busca d -dimensional onde d é a quantidade de variáveis envolvidas no problema. Cada partícula tem uma chamada “posição” dentro do seu espaço de busca, que representa uma possível solução para o problema. A posição da i -ésima partícula pode ser representada por um vetor $\vec{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{id})$. A cada iteração, a posição das partículas é atualizada de acordo com um vetor de velocidade $\vec{V}_i$ [Kennedy e Eberhart 1995] conforme a equação 11.

$$\begin{aligned} \vec{V}_i(t+1) = & \omega \cdot \vec{V}_i(t) + c_1 \cdot rand[0, 1] \cdot [\vec{P}_{best_i}(t) - \vec{X}_i(t)] \\ & + c_2 \cdot rand[0, 1] \cdot [\vec{N}_{best_i}(t) - \vec{X}_i(t)], \end{aligned} \quad (11)$$

Onde $\vec{P}_{best_i}$ é a melhor posição encontrada até o momento pela partícula i ; $\vec{N}_{best_i}$ é a melhor partícula encontrada dentre todas do enxame; t é a iteração atual; c_1 e c_2 são constantes de aceleração que atraem as partículas para as posições $\vec{P}_{best_i}$ e $\vec{N}_{best_i}$, e são comumente chamados de coeficientes social e cognitivo, respectivamente; $rand[0, 1]$ é um valor aleatório dentro do intervalo $[0, 1]$ e ω é um número (geralmente de valor 0.4 a 0.9) chamado fator de inércia, responsável por criar um efeito de inércia no voo das partículas.

O fator de inércia ω é geralmente decrementado nas iterações, resultando num comportamento exploratório global no início do algoritmo e de uma exploração mais local ao fim das iterações. ω é atualizado de acordo com a equação (12).

$$\omega = \omega_{max} - \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{iter_{max}} \cdot t, \quad (12)$$

Onde ω_{max} e ω_{min} são os valores máximo (inicial) e mínimo (final) para o fator de inércia e $iter_{max}$ é o número máximo de iterações.

Após a atualização da velocidade, a posição da partícula também recebe um novo valor, de acordo com a equação 13.

$$\vec{X}_i(t+1) = \vec{X}_i(t) + \vec{V}_i(t+1), \quad (13)$$

Estas equações fazem com que as partículas voem de forma análoga ao voo de pássaros na natureza, em torno das melhores respostas (tanto individuais quanto coletivas) conferindo caráter de otimização ao algoritmo.

4. PSO Multiobjetivo (MOPSO)

4.1. Conceitos de Otimização Multiobjetivo

Em problemas de otimização de mais de um objetivo tem-se um conjunto de funções a serem otimizadas e suas restrições, a avaliação das soluções é feita através do conceito de dominância de Pareto, representado pelo símbolo $\preceq$. Este critério é definido da seguinte forma: sejam dois vetores representando soluções das funções objetivo $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ e $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, diz-se que $u \preceq v$ (u domina v) se u for melhor que v em pelo menos um objetivo e u não é pior que v em nenhum objetivo [Santana, Pontes, Bastos-Filho 2009]. Diz-se que $\vec{u}$ é uma solução não-dominada se não existir alguma solução $\vec{x} \neq \vec{u}$ na população tal que $\vec{x} \preceq \vec{u}$. O conjunto das soluções não-dominadas é conhecido como a Fronteira de Pareto.

4.2. MOPSO

O algoritmo de otimização por enxame de partículas (MOPSO - *Multiobjective Particle Swarm Optimization*) adapta o PSO para contemplar mais de um objetivo usando o critério de dominância de Pareto. A velocidade das partículas é atualizado de acordo com uma partícula extraída aleatoriamente de um arquivo contendo as melhores soluções encontradas até o momento. O arquivo é atualizado a cada iteração, mantendo apenas soluções não-dominadas encontradas, as partículas que formam a fronteira de Pareto a cada geração são comparadas com as do arquivo, caso alguma nova solução encontrada domine outras existentes no arquivo, estas são excluídas e a nova partícula, adicionada. O algoritmo 1 que apresentamos abaixo é uma adaptação do MOPSO de [Coello, Pulido e Lechuga 2004] para o problema de otimização dos sistemas hidrotérmicos.

A atualização da velocidade e das posições das partículas é realizada da mesma forma que no PSO, porém uma solução é retirada aleatoriamente do arquivo para ser o $\vec{N}_{best}$.

5. Aplicação do MOPSO ao Problema dos Sistemas Hidrotérmicos

Algumas abordagens de otimização multiobjetivo, tanto de Algoritmos Evolucionários quanto a MOPSO, se utilizam de um arquivo com um tamanho fixo para armazenar as soluções não-dominadas. Quando o arquivo chega ao seu limite, alguns mecanismos que promovem a diversidade de soluções entram em ação e removem soluções que dão

Algoritmo 1: Pseudo-código para o algoritmo MOPSO.

```

1 Definir os limites máximos e mínimos para cada variável do sistema;
2 Inicializar aleatoriamente cada partícula, respeitando os limites, conforme
  equações 6 a 10;
3 enquanto critério de parada não atingido faça
4   Avalia as partículas de acordo com as restrições (equações de 6 a 10);
5   Avaliar desempenho das partículas, de acordo com as equações 4 e 5;
6   Atualizar o  $\vec{P}_{best}$  das partículas;
7   Encontrar a fronteira de Pareto dentre as partículas;
8   se Arquivo estiver vazio então
9     | Arquivo recebe a fronteira de Pareto;
10  senão
11    | Comparar a fronteira de Pareto com as partículas do arquivo;
12    | Manter apenas as partículas não-dominadas;
13  fim
14  Sortear uma partícula do arquivo para ser  $\vec{N}_{best_i}$  a cada atualização;
15  Atualizar a velocidade de cada partícula a partir da equação (11);
16  Atualizar a posição de cada partícula conforme a equação (13);
17  Atualizar o coeficiente de inércia  $\omega$  conforme equação (12);
18 fim
  
```

resultados parecidos com outras do arquivo, o que impede a convergência do algoritmo para pontos específicos no espaço de busca [Santana, Pontes, Bastos-Filho 2009].

Na literatura, a maioria dos algoritmos é composto de uma população pequena (em torno de 20 partículas) e um arquivo 10 vezes maior que o tamanho da população. No caso do problema estudado, foram realizados diversos testes com populações de vários tamanhos e em nenhum deles o arquivo teve mais de 30 partículas, mesmo quando foram usadas 8000 partículas. Por conta disto, não é utilizado qualquer mecanismo para restringir o tamanho do arquivo. O MOPSO foi aplicado a um conjunto de usinas, o mesmo utilizado por [Gomides 2012], quando foi aplicado o PSO.

Foi realizado um estudo de caso com 8 usinas brasileiras localizadas na Bacia do Rio Grande e Paranaíba, suas características são apresentadas na tabela 2. A demanda mensal (D_t) a ser suprida pelas usinas é considerada como a soma da potência das usinas hidrelétricas (14000 MW) e a função para o custo térmico é dada na equação abaixo:

$$f(gt_t) = \frac{1}{2}(gt_t)^2. \quad (14)$$

Os parâmetros do MOPSO foram configurados de acordo com valores amplamente utilizados na literatura [Coello, Pulido e Lechuga 2004]: $c_1 = 2.05$, $c_2 = 2.05$, $\omega_{max} = 0.9$ e $\omega_{min} = 0.4$. Os testes são geralmente realizados para três períodos históricos, onde se tem dados completos das vazões dos rios nos períodos: a) Maio/1951 a Abril/1956 - Período de Secas b) Maio/1961 a Abril/1966 - Período de Vazões Médias c) Maio/1980 a Abril/1985 - Período de Cheias dos Rios. Inicialmente foi definido que a

Tabela 2. Características das Usinas Hidrelétricas - Estudo de Caso

Usina	Nome	Potência (MW)	Reservatório (hm^3)
1	Furnas	1,312	17,217
2	Mascarenhas de Moraes	476	2,500
3	Marimbondo	1,488	5,260
4	Água Vermelha	1,396	5,169
5	Emborcação	1,192	12,521
6	Itumbiara	3,222	12,454
7	São Simão	1,680	5,540
8	Ilha Solteira	3,240	5,516

população teria 2000 partículas e 2000 iterações - mesmos valores utilizados pelo estudo de único objetivo, totalizando 4000000 avaliações das partículas. Os testes revelaram que o período de seca deve ser estudado de modo particular e diferentes testes tiveram que ser realizados para determinar outra configuração de tamanho de partículas/iterações para ter melhores resultados, conforme o capítulo seguinte.

6. Resultados das Simulações

Os primeiros testes foram realizados com 2000 partículas e 2000 iterações para os três períodos históricos de estudo e o intervalo de resultados para cada um deles pode ser visto na tabela 3. A primeira bateria de testes foi realizada mantendo o número máximo de avaliações da função em 4 milhões (número encontrado em outros testes preliminares), ou seja para uma configuração de 2000 partículas, 2000 iterações são utilizadas ($2000 \cdot 2000 = 4000000$). Os resultados são exibidos na Tabela 4.

Tabela 3. Resultados dos testes por período - 2000 partículas e 2000 iterações

Período	Intervalo de Respostas do Custo Térmico ($\cdot 10^7$)	Intervalo de Respostas da Energia Armazenada (%)
Mai/51 a Abr/56	[140 a 180]	[45 a 90]
Mai/61 a Abr/66	[73 a 76.5]	[99.96 a 100]
Mai/80 a Abr/85	[27.6 a 30]	[99.20 a 100]

Os resultados para o período de vazões médias e cheias são bem semelhantes ao do algoritmo PSO [Gomides et al 2012], já o período de secas mostra uma variação muito grande nas soluções finais e não se aproxima dos 100% desejados para a Energia Armazenada. Por conta disto, este período foi escolhido para serem realizados demais ajustes nos parâmetros do algoritmo. O próximo teste foi realizado apenas no período de 1951-1956, procurando identificar o impacto das mudanças do número de partículas no algoritmo. Os testes foram realizados com populações de 250 a 8000 partículas, mantendo o número de avaliações (4 milhões) - cada teste demora em torno de 6 a 7 horas para executar. Algumas métricas foram aplicadas conforme [Santana, Pontes, Bastos-Filho 2009] com o intuito de comparar os resultados e definir o tamanho ideal da população, os resultados podem ser vistos na tabela 4.

Hipervolume é uma métrica que indica quão próxima as partículas estão de um ponto ideal (no caso foi considerado o ponto ideal o de Custo Térmico $140 \cdot 10^8$ e de

Tabela 4. Resultados encontrados nos testes

Tamanho da População	Hipervolume	Espaçamento
250	989.91	0.8756
500	1051.5	0.5197
1000	1106.1	0.5222
2000	981.5	0.4341
3000	991.69	0.6805
4000	952.88	0.4004
8000	1024.2	0.3953

Percentual de Energia Armazenada 100%). Espaçamento é uma métrica que calcula quão espaçadas estão as partículas do arquivo, na iteração final do algoritmo. Pelos resultados, percebe-se que, com uma população de 4000 partículas, o algoritmo fica mais próximo do ponto ideal planejado e as soluções tem melhor convergência. A figura 1 mostra o resultado da execução de uma simulação do algoritmo MOPSO.

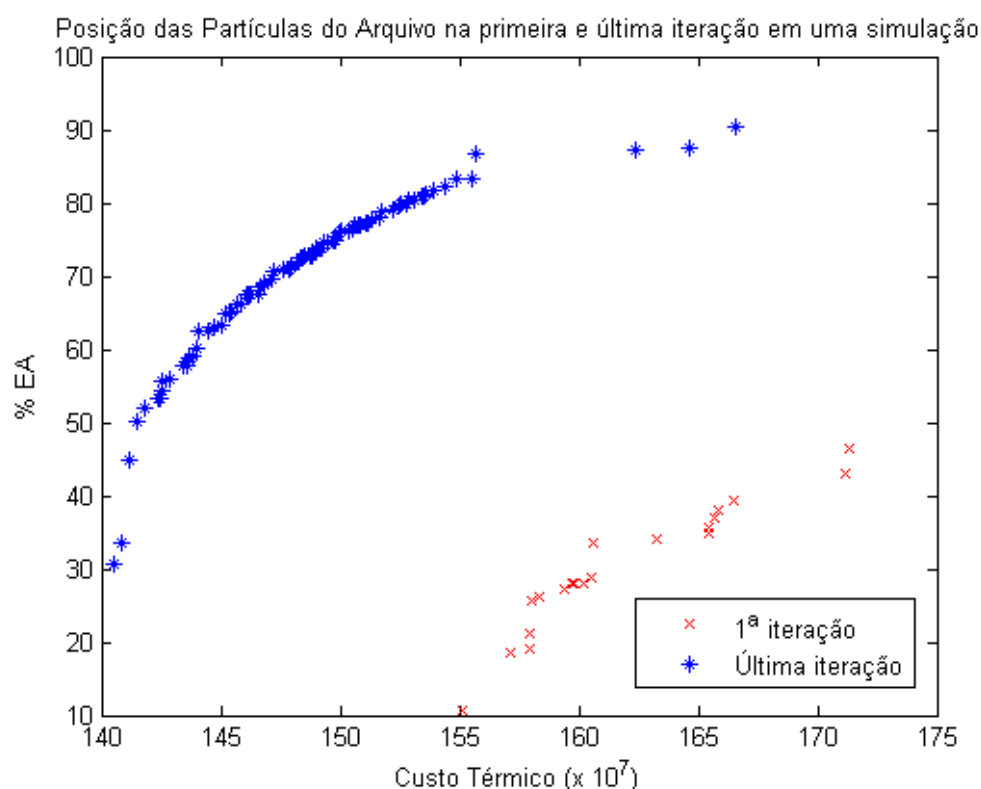


Figura 1. Ilustração das frentes de Pareto da primeira e última iteração, obtidas nos testes realizados para o período de secas com 4000 partículas e 1000 iterações.

7. Conclusões

Neste artigo, um algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas Multiobjetivo (MOPSO) foi aplicado ao problema de planejamento operativo energético. O MOPSO foi

testado com dados de 8 usinas brasileiras reais em períodos históricos que representam a dinâmica de chuvas do país. O tamanho de avaliações (e consequentemente o número de iterações) deverá ser reconsiderado no futuro, já que alguns testes preliminares indicam que o algoritmo converge para o resultado por volta da metade de avaliações aplicadas atualmente, que é de 4 milhões, com isto o tempo de execução do algoritmo deve cair bastante. Outras técnicas também deverão ser aplicadas, como a adição de um operador de mutação para induzir maior variabilidade de soluções, e também variações de algoritmos multiobjetivo PSO, principalmente as que usam conceitos de subpopulação (é possível realizar uma adaptação do PSO-Clan, por exemplo) [Santana, Pontes, Bastos-Filho 2009].

Referências

- Cruz Jr., G. e Soares, S. (1996). *Non-uniform composite representation hydroelectric systems for long-term hydrothermal scheduling*. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, nº 2, pp. 702-707.
- Cruz Jr., G. (1998). *Modelo Equivalente Não Linear para o planejamento da operação a longo prazo de Sistemas de Energia Elétrica*. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Estadual de Campinas.
- Kennedy, J. e Eberhart, R. (1995). *Particle Swarm Optimization*. Proceedings. IEEE International Conference on Neural Networks, nov/dez 1995, pp. 1942-1948 vol. 4.
- Eberhart, R. e Shi, Y. (1998). *Comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization*. Proceedings of the 7th International Conference on Evolutionary Programming VII. Londres, UK: Springer-Verlag, pp. 611-616.
- Cicogna, M. (2003). *Sistema de suporte à decisão para o planejamento e a programação da operação de sistemas de energia elétrica*. Dissertação de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - Universidade Estadual de Campinas, 2003.
- Gomides, L. (2012). *Estudo de Técnicas de Otimização de Sistemas Hidrotérmicos por Enxame de Partículas*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação - Universidade Federal de Goiás, 2012.
- Gomides et al. (2012) *Comparing PSO Approaches for Hydrothermal Systems Operation Planning* IV Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos - SBSE, 2012, Goiânia/GO. anais do IV SBSE. Goiânia/GO: editora da UFG, 2012. v. 1. p. 1-6.
- Collette, Y. e Siarry, P. (2003). *Multiobjective Optimization 2^a edição* Springer, Nova Iorque, pp. 7-9, 2003.
- Coello, C., Pulido, G. e Lechuga, M. (2004). *Handling Multiple Objectives with Particle Swarm Optimization* IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 8(3):256-279, 2004.
- Talbi, E. (2009) *Metaheuristics from Design to Implementation, 1^a edição* Wiley, Nova Iorque, Capítulo 4, 2009.
- R. A. Santana, M. R. Pontes, C. J. A. Bastos-Filho (2009) *A Multiple Objective Particle Swarm Optimization Approach using Crowding Distance and Roulette Wheel* Ninth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, 2009.