

---

## Grafos e Caminhos Mínimos na Modelagem e Determinação de Custos Improdutivos em Alocação de Frotas no Transporte Coletivo de Passageiros

Daniel de Oliveira<sup>1</sup>, Thiago Kramer Fertig<sup>2</sup>, Adhemar Maria do Valle Filho<sup>1</sup>,  
Edson Tadeu Bez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Programa de Mestrado em Computação Aplicada, MCA  
Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI) – São José – SC

<sup>2</sup>Curso de Sistemas de Informação  
Universidade do Planalto Catarinense (UNIPLAC) – Lages – SC

<sup>3</sup>Curso de Ciência da Computação  
Universidade do Vale do Itajaí (UNIVALI) – São José – SC

daniel@procibe.com.br, thiagokf@uniplac.net,  
{adhemar, edson}@univali.br

**Abstract.** *This short-paper describes a form to solve the Vehicle Scheduling Problem in the operational planning of a collective and urban transport's company, from the point of view of the unproductive costs. During the process of fleet allocation the unproductive costs must be reduced. That costs are the times stopped in garages or doing travels without passengers. To solve this, a model that uses graphs and minimum paths is proposed. The result obtained of a successful test is demonstrated.*

**Resumo.** *Este artigo descreve uma forma de solucionar o Problema de Alocação de Frota no planejamento operacional de uma empresa de transporte coletivo e urbano, sob o ponto de vista dos custos improdutivos. Durante o processo de alocação de frota devem-se reduzir os custos improdutivos, que são os tempos parados em garagens ou realizando deslocamentos sem passageiros. Para isso é proposto um modelo que utiliza grafos e caminhos mínimos. Os resultados obtidos com dados reais comprovaram o bom desempenho do procedimento.*

### 1. Introdução

O planejamento operacional, onde está contida a programação operacional, é o trabalho segundo Ferraz e Torres (2004), de definir estratégias operacionais que irão atuar no sistema de transporte de forma a otimizar a eficiência operacional. Valente *et al.* (2008) também citam que o planejamento operacional dentro do Sistema de Transporte Público Urbano de Passageiros (STPP) tem o objetivo de sintetizar e otimizar os procedimentos ligados a movimentação de pessoas dentre pontos geograficamente distribuídos, resultando no aumento da eficiência e competitividade de uma empresa do STPP.

Este estudo tem seu foco voltado para o processo de otimização da alocação de veículos dentro de um STPP. Na seção 2 é apresentada uma definição do problema de

alocação de frota e na seção 3 são comentados os custos para tal procedimento. A seção 4 refere-se à aplicação da teoria dos grafos seguido dos resultados computacionais apresentados na seção 5. Finalmente, na seção 6 são realizadas as considerações finais.

## 2. O Problema de Alocação de Frota

O Problema de Alocação de Frota (*Vehicle Scheduling Problem – VSP*) consiste em alocar os veículos disponíveis a todas as viagens que devem ser atendidas em um dia, de forma que cada viagem seja alocada a um único veículo. A resolução do VSP tem como objetivo otimizar a utilização de veículos, minimizando os custos operacionais e a quantidade de veículos e aproveitando ao máximo todas as viagens, respeitando as restrições operacionais. Mais detalhes, modelos e uma classificação do VSP pode ser vista em Bodin *et al.* (1983).

### 2.1. Modelagem do Problema

Como entrada inicial tem-se um conjunto de viagens onde cada viagem  $i$  é caracterizada por um local de saída ( $SL_i$ ), hora de saída ( $ST_i$ ), local de chegada ( $EL_i$ ) e a hora de chegada ( $ET_i$ ). Dessa forma, um grafo  $G(V, A)$  pode ser obtido, onde  $V$  é o conjunto de nós caracterizados pelas viagens, somados os nós de origem  $s$  e de destino  $t$  (garagens ou terminais). O conjunto de arcos  $A$ , que representa os tempos de deslocamento sem passageiros, é obtido inserindo um arco do nó viagem  $i$  ao nó viagem  $j$ , se isto for viável para um único veículo ao executar ambas as tarefas, ou seja:

$$ST_j - ET_i \geq TM_u(EL_i, SL_j) \quad (1)$$

onde  $TM_u(L1, L2)$  é o tempo de viagem entre os terminais  $L1$  e  $L2$  numa dada faixa de horário  $u$ .

Sendo assim, a seqüência no grafo representada pelo caminho  $(s, t)$  equivale a uma seqüência de viagens para um mesmo veículo. Então, associa-se um custo  $c_{ij}$  a cada arco  $(i, j) \in A$  na forma como descrito na seção 3. A Figura 1 demonstra um exemplo de solução ao VSP utilizando 4 veículos e uma garagem.

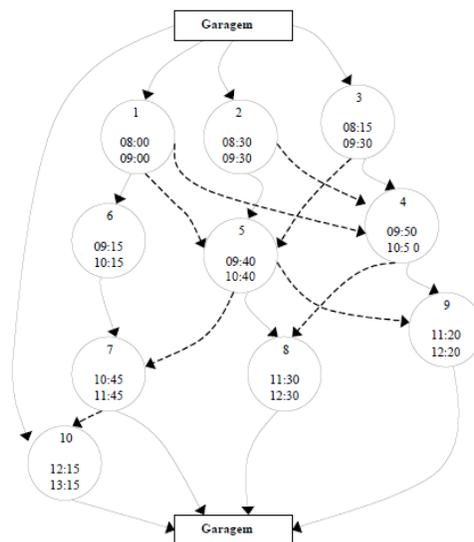


Figura 1: Exemplo de alocação utilizando 4 veículos [Bodin *et al.* 1983]

### 3. Determinação dos Custos para a Alocação de Frota

A relação de viagens presentes no conjunto de viagens representa os custos produtivos, os quais, pelo fato da existência das viagens, já são conhecidos e não podem ser alterados. Já os custos improdutos são decorrentes do processo de escalonamento e influenciam diretamente, isto é, a combinação entre viagens deve levar em conta o menor custo de deslocamento entre terminais, terminais e garagens e os tempos parados nesses locais.

#### 3.1. Determinação do custo improdutivo

Os tempos improdutos podem ser decompostos como no grafo da Figura 2 [Pereira 2005], onde numa seqüência de viagens  $SV_j$ ,  $u$  é a última viagem realizada pelo veículo  $j$ ; a viagem  $i$  é uma possível viagem a ser adicionada à seqüência; (1) é o tempo de viagem sem demanda entre os terminais; (2 e 3) representam os deslocamentos em direção a alguma garagem e (4) são os tempos de permanência do veículo em terminais ou garagens. A escolha do melhor local para o estacionamento do veículo é feita com base no custo mínimo entre eles.

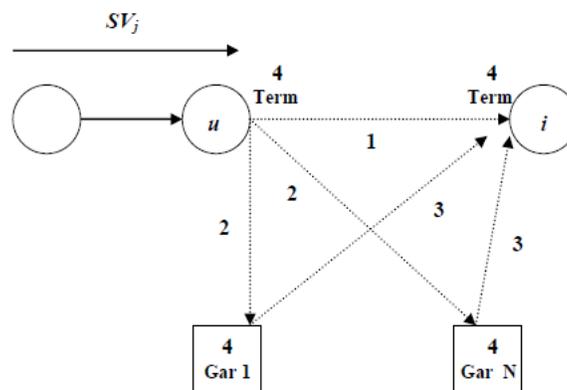


Figura 2: Esquema de deslocamentos vazios e tempos de estacionamento dos veículos [Pereira 2005]

Dessa forma tem-se um grafo  $G(V, A)$ , onde  $V$  é o conjunto de vértices formados pelos locais de estacionamento prolongados (LEP – garagens e terminais) e  $A$  é o conjunto de arestas onde cada aresta definida pelo par  $(u, i)$  é dirigida de  $u$  para  $i$  e possui um peso  $c_{ui}$  definido pela Equação 2:

$$c_{ui} = CD_{ui} + CTP_i \quad (2)$$

onde  $CD_{ui}$  é o custo de deslocamento improdutivo formado pelo tempo de deslocamento ponderado pelo custo associado ao veículo  $u$  para realizar este deslocamento;  $CTP_i$  é o custo de tempo parado na garagem ou terminal  $i$ , sendo que o tempo parado é ponderado pelo custo associado a  $i$  para deixar um veículo ali estacionado e também pelo custo referente a limitações físicas daquele LEP.

A aplicação de um algoritmo de caminhos mínimos sobre este grafo determina a solução de menor custo sobre os tempos improdutos de um veículo.

## 4. Grafos e Caminhos de Comprimento Mínimo

Segundo Goodrich e Tamassia (2002) um grafo  $G$  é um conjunto  $V$  de vértices e uma coleção  $A$  de partes de vértices de  $V$ , chamados de arestas. Assim, um grafo  $G(V, A)$  é uma forma de representar conexões ou relações entre pares de objetos de algum conjunto  $V$ . Este grafo é chamado de grafo ponderado se cada aresta tem um número atribuído a ela. Este número pode ser chamado de peso, custo, distância, comprimento ou algum outro nome [Drozdek 2008]. No contexto deste artigo, o custo associado a cada aresta reflete os custos de tempos improdutivos de uma escala de um veículo.

### 4.1. Caminhos de comprimento mínimo

Num grafo ponderado o comprimento de um caminho  $P$  é a soma dos pesos das arestas de  $P$ . A distância de um vértice  $v$  a um vértice  $u$  em  $G$ , denotada  $d(v, u)$ , é o comprimento de um caminho de comprimento mínimo de  $v$  para  $u$ , se tal caminho existir [Goodrich e Tamassia 2002]. Encontrar tal caminho mínimo significa utilizar um algoritmo que percorre um grafo de forma que a cada iteração do algoritmo são descobertas várias possibilidades de caminhos e opta-se pelo mais promissor, como é o caso do algoritmo de Dijkstra [Drozdek 2008] [Goodrich e Tamassia 2002].

## 5. Experimentos Computacionais

Com o objetivo de testar e verificar os resultados, foi realizado um teste computacional utilizando o algoritmo de Dijkstra embutido no algoritmo de Programação Concorrente, descrito em Bodin *et al.* (1983), para geração das escalas.

### 5.1. Parâmetros Iniciais

Para testar o funcionamento do método proposto, uma base de dados com 47 horários foi selecionada. Tais horários compõem as faixas de horários entre 4 e 5 da manhã de 3 linhas de um dia útil operadas por uma empresa de STPP da cidade de Blumenau, em Santa Catarina, onde são considerados de pico devido as atividades industriais.

Para operar nessas 3 linhas, são necessários 3 terminais mais a garagem e o tipo de veículo considerado é o mesmo para todas as linhas. Seus tempos de viagem  $TM_{ij}(EL_i, SL_j)$  são representados pela matriz da Tabela 1.

**Tabela 1. Tempos de viagem entre os terminais**

$TM_{ij}(EL_i, SL_j)$	Garagem	Terminal 1	Terminal 2	Terminal 3
Garagem	0	20	25	9
Terminal 1	3	0	2	17
Terminal 2	22	6	0	8
Terminal 3	9	25	24	0

### 5.2. Resultados

O procedimento utilizado resultou em 20 escalas de veículos. O processamento não atingiu 1 segundo de execução computacional num notebook Aspire 3690 com processador Intel Celeron M 430 de 1.73 GHz e 1GB de memória RAM, utilizando linguagem Java na versão 1.6.

O exemplo de uma escala final pode ser observado na Tabela 2, onde são apresentados, respectivamente, os horários e locais de saída e chegada das seqüências de viagens alocadas ao veículo 1. Pode-se visualizar, também, os tempos improdutivos gerados pelo algoritmo de Dijkstra.

**Tabela 2. A escala gerada para o Veículo 1**

Veículo 1						
NViagem	Linha	HSaída	HChegada	LSaída	LChegada	Observação
31	2	4:00	4:30	1	3	Viagem
38	2	4:30	5:00	3	1	Viagem
34	2	5:00	5:30	1	3	Viagem
		5:30	5:43	3	2	Deslocamento sem passageiros
		5:43	5:44	2	2	Tempo parado no terminal 2
24	1	5:44	6:24	2	1	Viagem

## 6. Considerações Finais

Este estudo visou pesquisar e testar um método capaz de solucionar o problema de alocação de frota em um sistema de transporte público de passageiros, do ponto de vista dos custos improdutivos, fazendo um teste computacional através de um fragmento de uma base de dados real de uma empresa.

Pode-se notar o sucesso de gerar escalas, tendo as viagens bem organizadas juntamente com os seus deslocamentos sem demanda e tempos parados em terminais, decidindo pelo menor custo das opções disponíveis no que diz respeito aos intervalos de tempo improdutivos.

## Referências

- Bodin, L.; Golden, B.; Assad, A. e Ball, M. (1983) Routing and scheduling of vehicles and crews: The State of the Art. *Computers and Operations Research*, 10(2), p. 63-212.
- Drozdek, A. (2002), *Estrutura de Dados e Algoritmos em C++*. São Paulo: Ed. Thomson Pioneira, 579 p.
- Ferraz A. C. P. e Torres I. G. E. (2004), *Transporte Público Urbano*. 2 ed. São Carlos: RiMa, 428 p.
- Goodrich, M. T.; Tamassia, R. (2002), *Estruturas de dados e algoritmos em Java*. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 584 p.
- Loesch, C.; Hein, N. (2009), *Pesquisa Operacional: fundamentos e modelos*. Blumenau: Editora da FURBE, 270 p.
- Pereira, C. P. (2005) *Um Modelo Dinâmico de programação de frota e condutores aplicados ao Transporte Rodoviário Regional de Passageiros*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis, SC, Brasil.
- Valente, A. M. *et al.* (2008), *Qualidade e Produtividade nos Transportes*. São Paulo: Cengage Learning, 236 p.