

Otimização por Evolução Diferencial Aplicada em Controle Preditivo Baseado em Modelo

Gabriel H. Negri¹, Mariana S. M. Cavalca¹, Rafael S. Parpinelli²

¹Universidade do Estado de Santa Catarina
CEP: 89.219-710 – Joinville – SC – Brasil
Departamento de Engenharia Elétrica

²Universidade do Estado de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada

negri.gabriel@gmail.com

Abstract. *Although widely used with satisfactory results, linear control systems may not be suitable for complex and nonlinear processes. Thus, nonlinear optimization algorithms are a possible solution for those systems. This paper presents a comparative study between the use of a predictive controller with optimization by Differential Evolution and the linear controllers PID and DMC. Results obtained through numerical simulations demonstrate advantages of using the evolutionary algorithm which justify its higher computational cost.*

Resumo. *Apesar de amplamente utilizados com resultados satisfatórios, sistemas lineares de controle podem não ser adequados para processos complexos e não lineares. Dessa forma, algoritmos não lineares de otimização se fazem necessários. Neste trabalho, apresenta-se um estudo comparativo entre o uso de um controlador preditivo com otimização por Evolução Diferencial e os controladores lineares PID e DMC. Resultados obtidos por meio de simulações numéricas demonstram vantagens do uso do algoritmo evolutivo que justificam seu maior custo computacional.*

1. Introdução

Na indústria, encontram-se diversos tipos de malhas de controle com o propósito de garantir a operação de processos dentro das especificações projetadas. Como exemplo de aplicações industriais de controle, tem-se a taxa de vazão de líquidos em válvulas, a pressão em cilindros, a velocidade em motores elétricos, entre outros. Para a implementação do controle dos processos citados, um dos métodos mais utilizados é o controle Proporcional, Integral e Derivativo (PID) [Ogata 2010], que funciona com desempenho satisfatório em grande parte das aplicações. Entretanto, para processos complexos e/ou não lineares, como controle de nível em tanques acoplados, processos químicos ou outros tipos de processo, técnicas mais avançadas que possam lidar com características não lineares são estudadas. Uma possível técnica avançada que pode ser aplicada e que obteve impacto relevante na indústria é o Controle Preditivo Baseado em Modelo, ou MPC (do inglês *Model-based Predictive Control*) [Camacho and Bordons 1999].

As técnicas de MPC representam uma linha importante da teoria de controle automático, amplamente aplicada na indústria, principalmente por tratar processos multivariáveis, sujeitos a restrições e também por possuir fácil sintonia em processos simples [Maciejowski 2002] [Onnen et al. 1997]. Tais técnicas baseiam-se em um modelo matemático do processo a ser controlado para realizar a otimização do comportamento da malha de controle. Tipicamente, o modelo empregado é linear. Entretanto, o uso de modelos lineares pode não ser adequado para realizar a otimização de sistemas com não linearidades acentuadas. Dessa forma, abordagens não lineares de MPC têm sido propostas. Entre elas, pode-se encontrar aplicações utilizando Algoritmos Genéticos (AG) para otimização, como no trabalho apresentado por [Chen et al. 2009].

O método de Evolução Diferencial (DE) é um potencial candidato para aprimorar o desempenho dos controladores preditivos não lineares baseados em AG. Entre as vantagens da DE que indicam o uso deste método em MPC podem ser citadas a busca realizada diretamente no domínio real, menor custo computacional e menor necessidade de um conhecimento aprofundado do algoritmo para ser aplicado [Storn and Price 1997].

No trabalho apresentado por [Yu et al. 2008], a abordagem de MPC utilizando DE para otimização foi implementada e testada em uma planta de neutralização de pH. Os autores realizaram uma comparação dos resultados com um controlador PID, avaliando que a abordagem proposta obteve desempenho superior. Além disso, cita-se que o uso de DE, em comparação com AG, resultou em maior eficiência e menor tempo de execução.

Neste trabalho, o uso de um algoritmo de DE como otimizador para um controlador MPC é apresentado, em comparação a um MPC linear e a um controlador PID convencional. Testes foram feitos via simulação numérica considerando o controle de posição angular de um pêndulo mecânico que apresenta não linearidades devido à ação da força gravitacional para diferentes posições.

O algoritmo de DE utilizado está apresentado na Seção 2. Na Seção 3, a formulação utilizada para os controladores é apresentada, considerando a otimização baseada em um modelo linear e a baseada em DE. Na Seção 4, são mostrados os resultados obtidos com as simulações numéricas. As conclusões são discutidas na Seção 5.

2. Evolução Diferencial

A Evolução Diferencial introduzida por [Storn and Price 1997] representa uma abordagem de otimização sobre espaços de busca contínuos, no domínio dos reais. De forma semelhante ao que ocorre nos AGs, gera-se uma população inicial que evolui em direção a um conjunto de soluções ótimas, com base em uma função de custo. A evolução ocorre basicamente através de operações matemáticas entre indivíduos, que consistem em funções de *crossover* e mutação.

Em comparação a outros algoritmos evolutivos, como os AGs, a DE apresenta menor número de parâmetros e implementação mais simples. Além disso, na aplicação de MPC utilizando DE desenvolvida por [Yu et al. 2008], apresentou tempo de processamento reduzido, o que pode ser atribuído à velocidade de convergência do algoritmo. Ainda, em [Storn and Price 1997], comenta-se que uma desvantagem dos AGs em relação à DE é o nível de conhecimento requerido para utilizar o algoritmo, que é maior para os AGs, devido à sintonia de parâmetros e à configuração dos operadores e do mecanismo de seleção.

A principal característica dos algoritmos de DE é a operação de mutação usado para gerar novos indivíduos. Tal operação consiste em tomar um vetor de diferença entre dois indivíduos e somar esse vetor, ponderado por um fator f , a um terceiro indivíduo, gerando um vetor de teste. O vetor de teste é ainda submetido a uma operação de *cross-over* e é incluído na próxima geração se apresentar melhor *fitness* que um outro membro pré-determinado da população, tomando seu lugar.

A seguir, apresentam-se resumidamente os passos realizados dentro do algoritmo, sendo que o número de repetições do passo 2 representa o número de gerações de indivíduos [Storn and Price 1997]:

1. Inicialização da população: geração aleatória de NP vetores de valores reais, sendo o tamanho dos vetores equivalente ao número de dimensões para otimização;
2. Para cada vetor $x_i, i = 1, 2, \dots, NP$, da população:
 - i) geração de um vetor de teste v , somando a diferença entre dois vetores ponderada por um fator f a um terceiro vetor, sendo os três vetores envolvidos escolhidos aleatoriamente dentro da população;
 - ii) *crossover* de v com x_i , resultando no vetor u ;
 - iii) caso u possua melhor *fitness* que x_i , u tomará o lugar de x_i na próxima geração;
3. Caso algum critério de parada seja atingido, retornar o vetor de melhor *fitness*; caso contrário, voltar ao passo 2.

Para a implementação do algoritmo de DE dentro do controlador preditivo, utilizou-se a biblioteca *lua-de* [Negri 2014].

3. Controle Preditivo Baseado em Modelo

O termo Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC, do inglês *Model-based Predictive Control*) refere-se a um conjunto de algoritmos de controle digital que utilizam um modelo matemático do processo ou planta para prever seu comportamento e realizar a otimização do sistema com base em tal previsão [Qin and Badgwell 2003]. As principais ideias básicas comuns aos controladores preditivos são [Camacho and Bordons 1999]:

- estimação dos valores futuros de saída da planta utilizando o modelo de previsão;
- obtenção de sequências ótimas de ações de controle com base nas previsões;
- a cada instante de amostragem calcula-se uma sequência de ações de controle e aplica-se o primeiro termo de tal sequência à planta.

A Figura 1 mostra um possível diagrama de blocos para uma malha de controle MPC. O controlador é composto por um preditor e um otimizador. A previsão da saída futura da planta é calculada com base no modelo a partir da leitura da saída real da planta e das ações de controle futuras, calculadas paralelamente pelo otimizador. A otimização objetiva minimizar a energia empregada nas ações de controle e também o erro entre a saída predita e a trajetória de referência que a saída deve seguir. Da sequência de controle calculada, o primeiro termo é aplicado à planta.

A seguir, apresenta-se primeiramente a formulação DMC (*Dynamic Matrix Control*) para o controle preditivo. Tal formulação utiliza como modelo de previsão a resposta da planta a uma entrada do tipo degrau unitário e realiza a previsão considerando

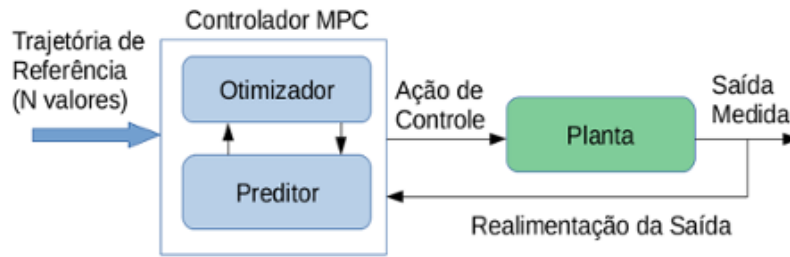


Figura 1. Malha de Controle. Baseado em [Camacho and Bordons 1999]

a planta linear. Na sequência, apresenta-se a formulação não linear utilizada. Ambas as formulações possuem os parâmetros N e M , sendo N o horizonte de predição e M o horizonte de controle. O horizonte de predição representa o número de amostras futuras previstas e o horizonte de controle o número de ações de controle futuras previstas. Caso M seja menor que N , considera-se que o último termo de controle calculado mantém-se constante até o final do horizonte de predição.

3.1. Formulação Linear DMC

Dada a sequência de amostras de saída da planta $[g(1), g(2), \dots, g(N_s)]$, obtidas em resposta a uma entrada do tipo degrau unitário, sendo N_s grande o suficiente para conter toda a resposta transitória e considerando que tal planta seja linear, pode-se realizar a predição para a saída futura da planta pela seguinte equação [Camacho and Bordons 1999]:

$$Y = G\Delta U + F \quad (1)$$

em que o vetor $\Delta U = [\Delta u(k|k), \Delta u(k+1|k), \dots, \Delta u(k+M-1|k)]^T$ representa a sequência futura de variações na ação de controle e $Y = [y(k+1|k), y(k+2|k), \dots, y(k+N|k)]^T$ a predição da saída da planta ou variável a ser controlada. A matriz G é formada a partir da sequência de resposta ao degrau. A notação $X(k_2|k_1)$ indica a predição de uma variável X para o instante k_2 tendo conhecido seu valor real no instante k_1 . O vetor F representa a resposta dinâmica livre da planta devido às ações de controle passadas e leva em consideração a saída medida nos instantes anteriores. Para o cálculo da resposta livre, utilizam-se os N_s termos da resposta ao degrau. Mais detalhes podem ser encontrados em [Camacho and Bordons 1999].

A função de custo a ser minimizada, que leva em consideração erros de rastreamento de referência e esforços de controle, pode ser dada por:

$$J_c(Y, \Delta U) = (Y - R_{ref})^T (Y - R_{ref}) + \rho \Delta U^T \Delta U \quad (2)$$

em que ρ é uma constante positiva e não nula e R_{ref} é o vetor com as N referências futuras. Caso a planta seja considerada linear, pode-se encontrar analiticamente uma sequência ótima de controle ΔU^* , dada pela seguinte expressão, sendo I a matriz identidade:

$$\Delta U^* = (G^T G + \rho I)^{-1} G^T (R_{ref} - F) \quad (3)$$

3.2. Formulação Não Linear DE-MPC

A Equação (3) depende da planta ser linear ou aproximadamente linear ao redor de um ponto de operação para ser válida. Caso existam não linearidades no modelo, torna-se complexo definir uma expressão analítica para a otimização [Yu et al. 2008]. Dessa forma, pode-se utilizar algum algoritmo de otimização que, a partir da leitura da saída da planta, realize a simulação do comportamento futuro da planta para possíveis sequências ótimas de controle. Isto pode ser alcançado utilizando um algoritmo de DE, em que cada indivíduo da população é um vetor de ações futuras de controle. Os indivíduos são avaliados por uma função de *fitness* dada pelo negativo do valor de (2). Tal função de *fitness* é calculada pela simulação da planta para as ações de controle contidas no indivíduo avaliado. A simulação é realizada para as N amostras futuras, considerando, caso $M < N$, que a última ação de controle calculada se mantém constante até o final da predição. Tal procedimento pode ser adotado para reduzir o custo computacional do algoritmo através da redução do número de variáveis a serem otimizadas.

O tratamento de restrições pode ser feito limitando o espaço de busca para cada elemento de ΔU e penalizando dentro da função *fitness* violações dos limites para u e y .

A Tabela 3 resume os elementos do algoritmo de DE relacionados ao contexto do controle preditivo.

Tabela 1. MPC e DE

MPC	DE
N	passos de simulação na função <i>fitness</i>
M	tamanho de cada vetor indivíduo
Restrições $\Delta u_{max}, \Delta u_{min}$	limites do espaço de busca para cada variável
Restrições u_{max}, u_{min}	penalização dentro da função <i>fitness</i>
Restrições y_{max}, y_{min}	penalização dentro da função <i>fitness</i>

4. Simulações Numéricas

Foram realizadas simulações numéricas utilizando como planta um modelo de pêndulo bidimensional. Tal modelo apresenta não linearidades devido à variação das componentes da força gravitacional, dependendo da posição angular em que o sistema se encontra. O objetivo das malhas de controle testadas é controlar a posição angular y do pêndulo de acordo com uma trajetória de referência a partir da aplicação de um torque u no eixo do pêndulo. Três algoritmos de controle foram testados, explorando grandes variações de ângulo, evidenciando as não linearidades. São eles: PID convencional, MPC linear utilizando a formulação DMC e MPC não linear (DE-MPC). Os parâmetros foram definidos empiricamente a partir de diversas repetições da simulação, buscando a melhor performance dos controladores em relação à função de custo. Apresenta-se, a seguir, o modelo da planta e os resultados obtidos com cada controlador.

4.1. Modelo da Planta

A planta é composta por uma haste rígida de comprimento L com um dos extremos preso a uma base sobre a qual a haste rotaciona. No outro extremo, há uma massa m anexada. A variável de controle é o torque u aplicado no eixo de rotação da haste e a variável de saída é o ângulo y entre a haste e o eixo paralelo à força da gravidade.

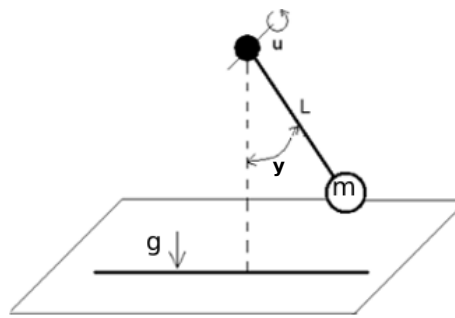


Figura 2. Planta Simulada

O modelo dinâmico da planta é dado pela Equação 4, com seus parâmetros descritos na Tabela 2:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{u}{mL^2} - \frac{g}{l} \sin y - \frac{\beta}{m} \frac{dy}{dt} \quad (4)$$

Tabela 2. Parâmetros

Parâmetro	Unidade	Valor	Descrição
y	rad	*variável de saída	posição angular
u	N.m	*variável de controle	torque
m	Kg	1.0	massa anexada
L	m	1.0	comprimento da haste
g	m/s^2	10.0	aceleração da gravidade
β	N.m.s	2.0	coeficiente de atrito viscoso

Foram realizados testes comparativos entre os controladores, considerando o erro quadrático médio de rastreamento da referência, uma medida de energia empregada através do somatório quadrático das variações das ações de controle e a faixa estável de atuação de cada controlador.

4.2. Comparação com o Controlador PID

A Tabela 3 apresenta os parâmetros utilizados para os controladores DE-MPC e PID. Os horizontes N e M foram definidos de forma a se obter um bom desempenho sem aumentar demasiadamente o custo computacional. Da mesma forma, o número de gerações G e o tamanho da população NP foram estabelecidos de forma a levar o algoritmo de otimização para a convergência ou próximo da convergência. O parâmetro cr representa a probabilidade de *crossover*. O período de amostragem T_s foi definido de forma a comportar os cálculos da otimização e acompanhar adequadamente a dinâmica da planta para ambos os controladores.

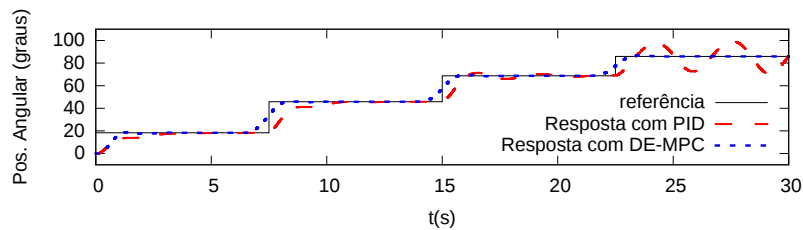
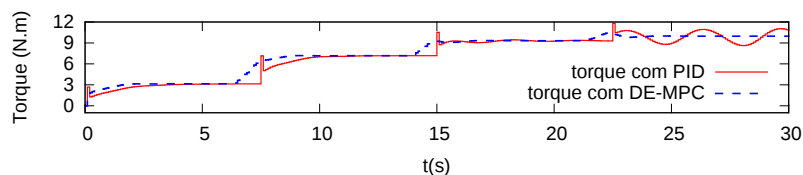
Para o controlador PID, os ganhos proporcional (K_p), integral (K_i) e derivativo (K_d) foram ajustados empiricamente levando em consideração o desempenho do seguimento da trajetória sem elevar demasiadamente a medida de energia empregada.

A saída obtida com os controladores PID e DE-MPC está mostrada na Figura 3. Observando também a Figura 4, que mostra as ações de controle, pode-se notar que o DE-MPC apresentou respostas mais rápidas no seguimento da referência sem gerar

Tabela 3. Sintonia dos Controladores DE-MPC e PID

DE-MPC						PID				
N	M	ρ	Gerações	NP	cr	T_s	K_p	K_i	K_d	T_s
12	7	0.1	20	7	0.9	0.1 s	2.5	8.8	0.5	0.1 s

variações abruptas no sinal de controle. Observa-se também que o controlador PID atingiu a instabilidade em 80° , aproximadamente. Para aumentar a faixa estável de atuação do controlador PID seria necessário reduzir os ganhos sintonizados, tornando as respostas mais lentas na faixa estável.

**Figura 3. Saída com PID e com DE-MPC****Figura 4. Ação de Controle com PID e com DE-MPC**

4.3. Comparação Com DMC

A Tabela 4 apresenta os parâmetros para o controlador DMC. Empregou-se os mesmos horizontes N e M e a mesma constante de ponderação ρ , a fim de verificar-se as diferenças obtidas pelo uso do modelo linear com DMC e do modelo não linear com DE-MPC. O número de amostras N_s foi suficiente para conter a resposta ao degrau. Para a obtenção da resposta ao degrau, levou-se a planta até um ponto de operação aplicando 5 N.m de torque. Após a estabilização da posição angular, foi aplicado um degrau unitário de torque, levando o sinal de controle a 6 N.m. Obteve-se, dessa forma, a resposta sobre um ponto de operação médio em relação ao teste realizado.

Tabela 4. Sintonia do Controlador DMC

N	M	ρ	N_s	T_s
12	7	0.1	160	0.1 s

A saída da planta com o controlador DMC está mostrada na Figura 5, junto à resposta com o controlador DE-MPC. No segundo degrau, em torno de 40° , os controladores apresentaram respostas semelhantes. Isso se deve ao ponto de operação no qual foi obtido o modelo para o DMC, de forma que nessa região, ambos os controladores otimizam o processo com base em modelos semelhantes. À medida que a referência se afasta dessa região, o modelo do controlador DMC se diferencia da planta, degradando

sua performance até atingir a instabilidade, em torno de 70° . Os mesmos efeitos podem ser observados também na característica da ação de controle gerada, na Figura 6.

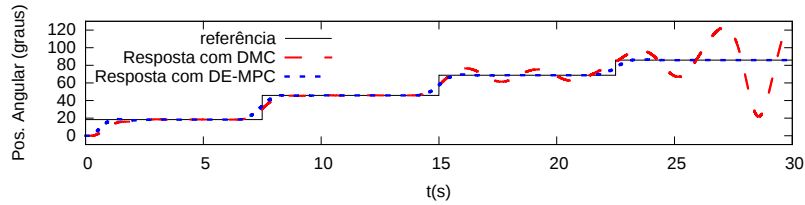


Figura 5. Saída com DMC e DE-MPC

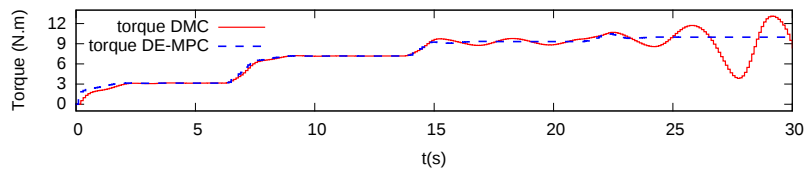


Figura 6. Ação de Controle com DMC e DE-MPC

4.4. Teste de Limites de Atuação do Controlador DE-MPC

O controlador DE-MPC, por utilizar uma abordagem não linear mais fiel ao modelo da planta do que as abordagens lineares, se adapta às diferentes regiões de operação. Dessa forma, realizou-se um ensaio variando a referência entre toda a faixa de operação, de 0 a 360° . Foram utilizadas diversas amplitudes de variação de referência. Entre elas, uma variação pequena em torno da posição de 180° , que é a região mais oscilatória do sistema e uma variação completa de 360° ao final.

A Figura 7 mostra a saída da planta com o controlador DE-MPC, além de apresentar as restrições de saída. As restrições foram impostas através da penalização de cada violação, multiplicando por 3 o custo de cada amostra que ultrapassasse os limites de saída. Observa-se que o sistema convergiu para a referência em todos os diferentes *set-points* respeitando as restrições impostas. No caso de teste considerado, as restrições de saída foram úteis para minimizar os sobressinais de saída.

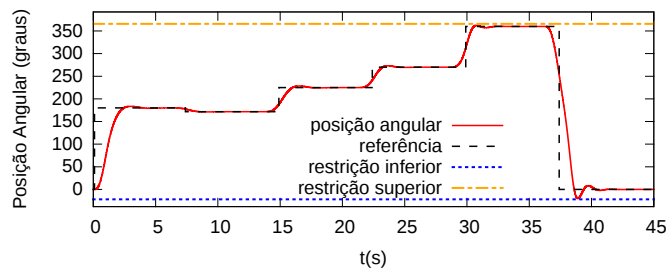


Figura 7. Saída DE-MPC

Na Figura 8, apresenta-se o sinal de controle gerado pelo controlador. Observa-se que o sinal manteve-se dentro das restrições de excursão impostas, além de não exceder os limites de variação impostos de -2.0 N.m a $+2.0$ N.m por amostra. No caso do

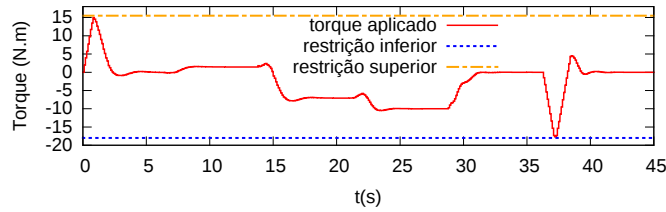


Figura 8. Ação de Controle DE-MPC

controlador PID, o que ocorre na prática é a saturação das variáveis nas restrições. Dessa forma, perde-se a garantia da otimalidade da malha de controle.

A Figura 9 mostra o valor de *fitness* do melhor indivíduo a cada iteração ao longo do ensaio. Como o melhor indivíduo de cada execução do algoritmo é mantido para o próximo período de amostragem, o algoritmo converge rapidamente para pequenas variações de referência. Quando o sistema converge para a referência, o valor de *fitness* atinge seu valor máximo em 0, pois não há erro de saída e variações na ação de controle. Nos instantes de variação de referência, o valor de *fitness* decai, pois a saída passa a apresentar erro em relação à referência.

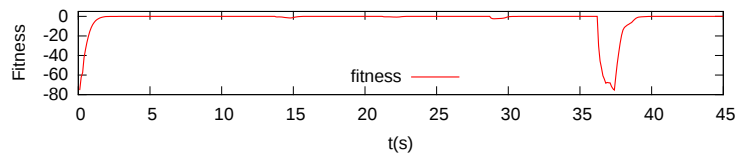


Figura 9. Best-Fit ao Longo da Simulação

4.5. Comparação de Desempenho

A Tabela 5 apresenta um resumo quantitativo dos ensaios realizados com os três controladores. Foram considerados o erro quadrático médio da saída da planta em relação à referência, a função energia (somatório quadrático das variações da ação de controle), o custo computacional médio por amostra e a faixa de atuação estável. Os cálculos do erro quadrático médio e da função energia foram feitos no intervalo de 0 a 20s das simulações apresentadas nas Figuras 4 e 5, excluindo as regiões instáveis dos controladores PID e DMC.

Tabela 5. Comparação de Desempenho

	Erro Quadrático Médio	Função Energia	Custo Comp.	Faixa de Atuação (Aprox.)
PID	38.88	44.77	< 10 μs	0 a 80 °
DMC	25.41	2.50	150 μs	0 a 70 °
DE-MPC	16.25	3.89	12 ms	0 a 360 °

O controlador DE-MPC apresentou o menor erro quadrático médio, por conseguir se adaptar a todas as regiões de operação. A menor função energia foi obtida com o controlador DMC, pois este se tornou mais lento que o DE-MPC devido à aproximação do modelo linear, ao custo de um maior erro quadrático médio. Em relação à faixa de atuação, destaca-se que o controlador DE-MPC foi capaz de atuar sobre a faixa completa, ao custo de um tempo de execução maior que os demais controladores.

O período de amostragem utilizado no caso de teste foi de 100 *ms*, de forma que o custo computacional do controlador DE-MPC consumiu, em média, apenas 12% do período. Isso indica que, mesmo apresentando um custo computacional mais alto, o algoritmo DE-MPC pode ser aplicado sem comprometer a dinâmica do sistema.

5. Conclusões

Uma abordagem de controle preditivo não linear foi apresentada, sendo comparada a uma abordagem de controle preditivo linear e também ao controlador PID convencional. O controle de posição do pêndulo foi escolhido por ser um processo de fácil visualização e interpretação com características não lineares, para fins de testes comparativos entre os controladores. Verificou-se que o algoritmo de DE se mostrou uma ferramenta capaz de tratar o problema de otimização com a planta simulada, sendo que testes práticos devem ser realizados futuramente para uma melhor validação do controlador.

O custo computacional observado manteve-se dentro dos limites aceitáveis. Levando em consideração as plantas utilizadas em [Onnen et al. 1997] e [Chen et al. 2009], que utilizam períodos de amostragem muito maiores do que o caso de teste apresentado neste trabalho, tem-se um indicativo de que o algoritmo DE pode ser fortemente explorado para controle dinâmico de processos complexos e não lineares. No caso do uso de controladores lineares, abordagens adaptativas teriam de ser consideradas, o que poderia tornar mais difícil a tarefa de implementação e sintonia de parâmetros.

Além da adaptabilidade intrínseca dos algoritmos evolutivos, outras características como fácil imposição de restrições e sintonia de parâmetros demonstram as vantagens do uso de DE em otimização de controle de processos.

Referências

- Camacho, E. F. and Bordons, C. (1999). *Model Predictive Control*. Springer-Verlag, Londres.
- Chen, W., Li, X., and Chen, M. (2009). Suboptimal nonlinear model predictive control based on genetic algorithm. In *Third International Symposium on Intelligent Information Technology Application Workshops*.
- Maciejowski, J. M. (2002). *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall, Harlow.
- Negri, L. H. (2014). lua-de. Disponível em <https://bitbucket.org/lucashnegri/lua-de>.
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering*. Prentice-Hall, 5th edition.
- Onnen, C., Babuska, R., Kaymak, U., Sousa, J., Verbruggen, H., and Isermann, R. (1997). Genetic algorithms for optimization in predictive control. 5(10):1363–1372.
- Qin, S. J. and Badgwell, T. A. (2003). A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 11:733–764.
- Storn, R. and Price, K. (1997). Differential Evolution: a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. 11(4):341–359.
- Yu, X., Huang, D., Wang, X., and Jin, Y. (2008). DE-based neural network nonlinear model predictive control and its application for the ph neutralization reactor control. In *Chinese Control and Decision Conference*, pages 1597 – 1602, Yantai, Shandong. IEEE.