

DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL E DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM A PARTIR DAS RECENTES CONCEPÇÕES MATEMÁTICO-DIDÁTICAS: erro e obstáculo epistemológico¹

CÉLIA FINCK BRANDT²

¹ Este trabalho teve origem a partir das reflexões e discussões realizadas em função do desenvolvimento do projeto de doutorado da Universidade Federal de Santa Catarina.

² Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica pela UFSC – Florianópolis-SC. Professora da Universidade Estadual de Ponta Grossa- Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino. E-mail: brandt@bsi.com.br

Resumo

Resultados de pesquisas apontam que a compreensão do Valor Posicional (VP) existente na estrutura no Sistema de Numeração Decimal (SND), de origem indo-arábica, não é fácil, apesar dos aspectos de natureza arbitrária que não podem ser simplesmente transmitidos, mesmo considerando as convenções que exigem transmissão, como por exemplo, os nomes dos números e a organização de uma estrutura de base e posição. Procuramos avançar com reflexões de natureza teórica, propondo uma investigação da natureza das dificuldades identificadas na aprendizagem do SND pelos alunos. Algumas dessas dificuldades podem requerer saltos na compreensão de conceitos e outras podem constituir-se em verdadeiros obstáculos epistemológicos, pelo fato de entrarem em contradição com concepções bem assentadas. Tanto num caso como no outro, há necessidade

de análise para identificar a concepção antiga a rejeitar e a concepção nova a assimilar. As questões apontadas nos levaram a seguinte indagação: “De que forma é possível diferenciar dificuldades de obstáculos epistemológicos na aprendizagem do Valor Posicional presente no SND a partir da análise dos erros dos alunos como constitutivos de sentido do conhecimento adquirido?” Para conduzir a investigação analisamos, em primeiro lugar, a estrutura do SND no sentido de especificar as invariáveis presentes em sua estrutura e as operações em jogo como suportes de conceitualizações.

Em relação ao processo de aprendizagem, foi necessário fornecer um quadro teórico e alguns princípios de base nos quais se apoiarão as análises do desenvolvimento e da aprendizagem. Os campos conceituais de Vergnaud, o conceito de esquema e os processos de acomodação, assimilação e abstração reflexionante de Piaget apoiaram e fundamentaram as análises, subsidiando a explicitação das dificuldades inerentes ao ato de aprender e a identificação dos obstáculos epistemológicos a suplantar. A noção de obstáculo epistemológico ainda apresenta controvérsias, a ponto de se confundir que todo conhecimento pode ser considerado um obstáculo. Será de fundamental importância, para a presente investigação, explicitar como ele estará sendo interpretado e compreendido, no sentido de possibilitar a diferenciação buscada. A noção de obstáculo epistemológico tal como compreendida por Vergnaud, Sierpiska, Bachelard e Brousseau, foram apresentadas retomando-as nas análises realizadas. Alguns resultados empíricos foram analisados como obstáculos e como dificuldades. Como síntese buscamos responder sobre a possibilidade de diferenciar dificuldades de obstáculos epistemológicos na aprendizagem do SND, de modo a contribuir com a reflexão da prática educativa e a sua re-significação, tendo em vista a análise dos desempenhos dos alunos.

Abstract

Researches results have pointed out to the existing of Positional Value (PV) understanding in the structure of Decimal Numeration System (DNS), of Indo-Arabic origin, in spite of the difficult arbitrary nature aspects which cannot simply be transmitted, even considering the conventions that demand transmission, as an example, the names of the numbers and the organization of a basic and position structure. We have tried to advance towards theoretical nature reflections, proposing an investigation on the nature of the difficulties identified in the DNS learning on the students' part. Some of those difficulties might demand leaps in the concepts understanding and others can be constituted in real epistemological obstacles, because they involve contradictions with well-settled conceptions. Either in a case or in another, there is a need analysis to identify the old conception to reject, and the new conception to assimilate. The matters that have been pointed out led us to the following inquiry: “How is it possible to differentiate difficulties with epistemological obstacles in the present Positional Value learning in the DNS starting from the error analysis of the

students' mistakes as a meaning constituents of acquired knowledge?" At the start, to conduct the investigation, we have looked into the structure of the DNS in the sense of specifying the invariables present in its structure and the operations being at stake as conceptualizations supports. Regarding the learning process, it had been necessary to provide a theoretical framework and some basic principles where the development and learning analyses would lean on. The Vergnaud conceptual fields, the schema concept, moreover Piaget's accommodation, assimilation and reflective abstraction processes have supported and grounded the analyses, subsidizing the inherent explanation difficulties to the learning action and the identification of the epistemological obstacles to supplant. The epistemological obstacle notion still has shown controversies, just being about to make a mistake where every knowledge can be regarded as an obstacle. To the present investigation it will be extremely important to explain how would it be interpreted and understood, in the sense of facilitating the differentiation in search. The notion of epistemological obstacle such as understood by Vergnaud, Sierpínska, Bachelard and Brousseau, had been presented retrieving them in the accomplished analyses. Some empiric results have been analyzed as obstacles and difficulties. To summarize we have sought for answers aiming at possible difficulties to differentiate epistemological obstacles in the DNS learning, in way to contribute with the educational practice reflection and its ressignificance, in view of the students performances analysis.

Palavras-chave:

Sistema de numeração decimal, obstáculos epistemológicos, valor posicional.

Key-words:

Decimal numeral system, epistemological obstacles, positional value.

Introdução

Resultados de pesquisas³ apontam que a compreensão do Valor Posicional (VP) existente na estrutura no Sistema de Numeração Decimal (SND), de origem indo-arábica, não é fácil, apesar dos aspectos de natureza arbitrária que não podem ser simplesmente transmitidos, mesmo considerando as convenções que exigem transmissão, como por exemplo, os nomes dos números e a organização de uma estrutura de base e posição. Porém, as compreensões essenciais das invariáveis presentes no SND (Nunes e Bryant, 1997) não se estabelecem por simples transmissão, visto que compreendem relações a serem construídas por abstração reflexiva, tal como apontado por Piaget. Para Vergnaud (1990), o Sistema de Numeração é um suporte de conceitualização e proporá uma forma de falar de números grandes e de números decimais.

³ Kamiil, C. e Declark, G. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 1992. Kamiil, C. e Livingston, S. J. *Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas, SP: Papirus, 1996. Nunes, T. e Bryant, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

Diversos fatos evidenciam as dificuldades enfrentadas pelos professores para elaboração de propostas que permitam a manipulação de algoritmos convencionais para a realização de operações de adição, subtração, multiplicação e principalmente divisão. Tais dificuldades estão relacionadas com a constatada insegurança em analisar as produções das crianças e identificar as origens de suas dificuldades. Isso conduz a um caminho de reprodução e memorização de fatos e técnicas manifestados na manipulação dos algoritmos de forma mecanizada e automatizada.

Os estudos hoje existentes revelam o caminho a ser trilhado para a identificação das compreensões, das dificuldades e obstáculos e das situações apropriadas para possibilitar as conceitualizações.

Esse projeto se justifica por tentar avançar com reflexões de natureza teórica, propondo uma investigação da natureza das dificuldades identificadas na aprendizagem do SND pelos alunos. Algumas dessas dificuldades podem requerer saltos na compreensão de conceitos e outras podem constituir-se em verdadeiros obstáculos epistemológicos, pelo fato de entrarem em contradição com concepções bem assentadas. Tanto num caso como no outro, há necessidade de análise para identificar a concepção antiga a rejeitar e a concepção nova a assimilar.

Justifica-se, também, por estar voltado diretamente para o professor de sala de aula envolvido em pesquisa, não entendida aqui como pesquisa acadêmica, mas entendida como possibilitadora de explicitação das representações próprias e dos outros.

As questões apontadas levam à indagação: “De que forma é possível diferenciar dificuldades de obstáculos epistemológicos na aprendizagem do Valor Posicional presente no SND a partir da análise dos erros dos alunos como constitutivos de sentido do conhecimento adquirido?”

Para conduzir a investigação será necessário, em primeiro lugar analisar a estrutura do SND no sentido de especificar as invariáveis presentes em sua estrutura e as operações em jogo como suportes de conceitualizações. A primeira parte do presente artigo estará voltada para tal análise.

Em relação ao processo de aprendizagem, será necessário fornecer um quadro teórico e alguns princípios de base nos quais se apoiarão as análises do desenvolvimento e da aprendizagem. Os campos conceituais de Vergnaud, o conceito de esquema e os processos de acomodação, assimilação e abstração reflexionante de Piaget apoiarão e fundamentarão as análises, subsidiando a explicitação das dificuldades inerentes ao ato de aprender e a identificação dos obstáculos epistemológicos a suplantar. Essas questões estarão presentes na segunda parte do artigo.

A noção de obstáculo epistemológico ainda apresenta controvérsias, a ponto de se confundir que todo conhecimento pode ser considerado um obstáculo. Será de fundamental importância, para a presente investigação, explicitar como ele

estará sendo interpretado e compreendido, no sentido de possibilitar a diferenciação buscada. Por essa razão, estaremos apresentando na terceira parte deste artigo a noção de obstáculo epistemológico tal como compreendida por Vergnaud, Sierpinska, Bachelard e Brousseau, retomando-as nas análises realizadas. Alguns resultados⁴ empíricos serão analisados como obstáculos e como dificuldades.

Nas considerações finais buscaremos responder sobre a possibilidade de diferenciar dificuldades de obstáculos epistemológicos na aprendizagem do SND, de modo a contribuir com a reflexão da prática educativa e a sua re-significação, tendo em vista a análise dos desempenhos dos alunos.

O sistema de numeração decimal e sua estrutura

Um Sistema de Numeração não é universal e nem único. O que o caracteriza é ser resultado de produção humana. Sendo inventado, precisamos entender a natureza arbitrária de sua estrutura e dos nomes dos números.

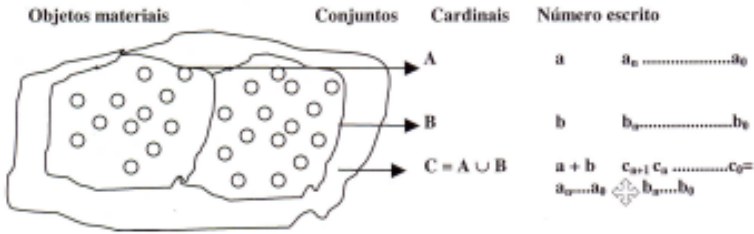
Em relação à estrutura do SND, deve-se ter claro o que significa conhecimento social e o que constitui conhecimento universal. Como se sabe, o homem, como sujeito epistêmico, constrói o conhecimento universal, não importando a diversidade de sua experiência. Isso pode ser verificado pelo árduo caminho enfrentado pela humanidade na elaboração de uma estrutura para um sistema de numeração que permitisse a representação de quantidades. Vários sistemas foram criados por diversos povos e, até hoje, algumas civilizações ainda utilizam sistemas rudimentares para representação de quantidades. Isso significa que um conhecimento universal existe e é construído por todos os homens, independente de origem, cultura, língua, distribuição geográfica ou tempo. Porém, o Sistema de Numeração que se utiliza hoje para a representação de quantidades, de origem indo-arábica, compreende uma estrutura cuja natureza é arbitrária, inventada pelo homem e não por ele construída. Porém, nada garante que todos cheguem a tal ponto, *a priori*. Somente a ação, entendida como abstração reflexionante, garante *a posteriori* a chegada a esse patamar de conhecimento. É um patamar operatório formal que comporta uma diversidade de experiências. Tal diversidade precisa ser enfrentada para garantir a comunicação entre os homens. Por essa razão, a importância da compreensão das invariáveis presentes no SND (composição aditiva e unidades de tamanhos diferentes), tal como apresentada por Nunes (1997), isto é, saber que no número 44, um dos 4 representa 40 e o outro 4 e que $44 = 4 \times 10 + 4$.

Segundo Vergnaud (1985), as dificuldades encontradas pelas crianças na aquisição da noção de número interferem rapidamente nas dificuldades próprias do Sistema de Numeração e nas operações que o acompanham. Nesse sentido, o

⁴ Dados empíricos extraídos da pesquisa intitulada “O valor posicional e suas implicações... para as séries iniciais do ensino fundamental” desenvolvida em Ponta Grossa pelas pesquisadoras Célia Finck Brandt e Joseli Almeida Camargo, professoras do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino da UEPG.

autor aponta para a existência de diversos obstáculos a suplantar e analisa as diferentes operações em jogo na aquisição da adição dos números inteiros em quatro planos: o plano dos objetos, o plano dos conjuntos de objetos, o plano dos cardinais dos conjuntos e o plano das representações escritas desses números.

O diagrama abaixo permite visualizar tais planos:



Sendo:

U: sinal da união dos conjuntos

+: sinal da soma dos números

\diamond : sinal da regra da adição dos números escritos em numeração de posição.

Dentro de cada plano, encontram-se não somente os elementos (objetos, conjuntos, cardinais), mas igualmente as relações e operações sustentadas sobre esses elementos. Existem, por outro lado, as operações entre os diferentes planos. Por sua parte, a regra de adição se apóia:

- . sobre as operações internas a cada um dos planos:
 - . no plano dos cardinais: a soma
 - . no plano dos conjuntos: a união disjunta
- sobre as operações que fazem passar de um plano a outro:
 - . do plano dos objetos ao dos conjuntos: agrupamento
 - . do plano dos conjuntos ao dos cardinais: a medida ou contagem
 - . do plano dos cardinais ao das representações escritas: a escrita

As dificuldades que carregam os números de dois algarismos constituem mais um entrave do que um auxílio para a compreensão do Sistema de Numeração – a saber – que um mesmo algarismo representa um número n vezes maior, em base n , se ele é colocado dentro da coluna das dezenas, n vezes maior que dezenas se

estiver na coluna das centenas e assim sucessivamente. Aqui se encontra fundamentalmente o aspecto do Valor Posicional presente no Sistema de Numeração. Pode-se então perceber que os encaminhamentos devem perpassar as etapas anteriores para que esse aspecto seja compreendido.

A Compreensão da Estrutura do SND: dimensão psicológica do conhecimento

Segundo Piaget (1995), o conhecimento é concebido como uma construção, e essa construção é explicada pelo processo de abstração reflexionante. Tal processo comporta, por sua vez, dois aspectos inseparáveis: de um lado, o reflexionamento, isto é, a projeção sobre um patamar superior daquilo que foi tirado de um patamar inferior. Por outro lado, uma reflexão, como ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior daquilo que foi assim transferido do inferior.

Por sua vez, o material retirado por reflexionamento vem de duas fontes possíveis: dos observáveis, isto é, “dos objetos ou das ações dos sujeitos em suas características materiais” (Piaget, apud, Becker, 1993, p. 43); dos “não-observáveis, isto é, das coordenações das ações dos sujeitos, coordenações endógenas [...]” (Becker, 1993, p. 43). A primeira forma chama-se abstração empírica e a segunda, abstração reflexionante.

Segundo Becker (1993), “a abstração reflexionante tem dois desdobramentos: a) se o objeto ‘é modificado pelas ações do sujeito e enriquecido de propriedades tiradas de suas coordenações’ [...] temos então uma abstração pseudo-empírica [...]. b) se o resultado de uma abstração reflexionante, de qualquer nível, tornar-se consciente, temos uma abstração refletida.” (p. 43)

Por outro lado, o sujeito retira, por abstração, aquilo que seu esquema de assimilação atual possibilita que ele retire. Esse esquema é síntese de experiências anteriores, mas que podem ser modificadas por acomodação. Quando o sujeito se defronta com situações-problema ou com desafios cognitivos, ele volta-se para si mesmo, produzindo transformações nos esquemas que não funcionaram a contento, isto é, ele reorganiza sua forma de conhecer. Com o esquema refeito, novas abstrações ou retiradas podem ser efetuadas.

O material retirado por reflexionamento projeta sobre um patamar superior, o que vigorava somente no plano da coordenação das ações sensório-motoras, isto é, ao plano das representações, e por reflexão tal material ele reconstrói ou reorganiza sobre o patamar superior o que foi transferido, encontrando-se com construções anteriores já organizadas, que se reorganizam, por força da reflexão em função do novo conteúdo.

Essa proposta de ação didática supera os processos de avaliação tradicionais, baseados em testes e provas que não permitem verificar a aprendizagem dos alunos em termos de mudanças de relações com o saber, ou em termos de transformações dos conhecimentos dos alunos. Não permitem, tampouco, identificar o papel que os conhecimentos antigos desempenham sobre a construção dos conhecimentos novos. No caso em questão, o que se deve buscar é a identificação das compreensões dos alunos para a organização da prática educativa.

As crianças novas apresentam níveis de compreensão de um determinado conceito, avançando para patamares superiores de compreensão. Por mais que se diga a elas como é para fazer, seus argumentos em relação ao que fazem são consistentes, visto o nível de compreensão de um conceito. O que importa é saber como pensam, organizar as situações de aprendizagem para a superação de níveis inferiores e, só então, avançar para outros conceitos.

Em primeiro lugar, analisaremos o papel da ação mental, que, segundo Rosso (1998, p. 64), é entendido “como elemento constitutivo e construtivo tanto da organização cognitiva dos sujeitos, quanto das sucessivas ultrapassagens presentes na construção do conhecimento [...], apontando elementos que possibilitem aos professores discutir, avaliar e re-significar essas iniciativas e o horizonte teórico das suas ações pedagógicas.”

O processo deve transitar então no domínio do psicológico e do epistemológico, quando busca entender as interações entre o sujeito e objeto de conhecimento e como os sujeitos se organizam para dar conta dos desafios do ato cognoscitivo, devendo apoiar-se no processo operativo da inteligência, presente na construção do conhecimento. Ele só será eficaz se buscar os elementos presentes na raiz da interação cognitiva. Os sujeitos devem sempre estar envolvidos em desafios cujas ações devem levá-lo a repensar ou refazer suas idéias para que o professor possa perceber a organização mental subjacente às ações efetuadas. Se a ação é produtiva, ela vem sempre acompanhada de reflexão. As noções são tiradas da coordenação das ações do sujeito, constituindo-se numa ação-reflexão. Segundo Rosso (1998, p.66), “essa ação não é meramente física, mas desenvolve-se conforme estruturação mental do indivíduo que organiza, não apenas executa. Torna-se ação do sujeito, na medida em que põe em marcha uma forma de atuar, partindo para o confronto com os dados sugeridos ou retirados dos objetos, situações ou problemas.”

A ação é interiorizada e envolve o sujeito ativo, que transforma e modifica os dados que o indivíduo põe em ação ao conhecer. Cognitivamente, segundo Rosso (1998, p. 67), “[...] constitui-se em operação, podendo significar construir, transformar, incorporar, modificar. As operações manifestam a inteligência atuando, funcionando, desenvolvendo-se como uma totalidade resultante da assimilação e da acomodação.”

Importante será agora esclarecer o significado da assimilação e da acomodação no processo de construção do conhecimento.

Segundo Rosso (1998, p. 68),

“a acomodação manifesta-se através da progressiva exercitação de uma determinada forma de proceder diante dos desafios e das resistências que constroem-se a modificar-se, tentando responder competentemente às mais diversas e mutantes situações representadas pelas novidades. Na hipótese de o indivíduo ter conseguido, pela sua ‘forma de conhecer’, de ‘dar conta’ do problema ou, dizendo em termos epistemológicos, realizar exitosamente a respectiva ação sobre o objeto, temos então a assimilação do objeto (problema) e um esquema de ação, às estruturas disponíveis”.

O que pode ocorrer é um desequilíbrio a favor da acomodação, revelado quando o sujeito age por imitação, que significará a não assimilação ou a assimilação parcial ou deformante dos atributos do objeto. É muito importante perceber esse desequilíbrio que pode ser muito bem dissimulado quando os sujeitos realizam exitosamente operações aritméticas, com o manuseio de algoritmos padrões ou escrevem e repetem nomes de números, sem compreender o sistema de numeração que rege a representação de quantidades. Esse comportamento por imitação em sala de aula se manifesta pela repetição interminável dos modelos propostos pelo professor.

É esse fato que geralmente não é percebido no processo de ensino e revela-se na aprendizagem dos sujeitos quando em outra situação não são capazes de realizar exitosamente os problemas com os quais se deparam.

Além dessa lógica geral proposta por Piaget, será necessário analisar o desenvolvimento cognitivo dependente de situações e conceitualizações específicas, no caso, a estrutura do SND. Esta análise compreende uma ampliação e redirecionamento do foco piagetiano das operações lógicas gerais e das estruturas gerais do pensamento para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito-em-situação, segundo Vergnaud. Para o autor, no momento em que nos interessamos por aquilo que se passa na sala de aula, somos obrigados a nos interessar pelo conteúdo do conhecimento (Vergnaud, apud Moreira, 2002). Sua teoria dos campos conceituais supõe que o âmago do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização. Trata-se de uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real, que permite localizar e estudar continuidades e rupturas do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (Vergnaud, apud Moreira, 2002).

A teoria dos campos conceituais tem como conceitos chaves o conceito de esquema, situação, invariante operatório (teorema-em-ação) e a concepção de conceito. Será importante especificar cada um deles para as análises que se farão dos desempenhos dos sujeitos em relação à compreensão do SND, suas dificuldades e os obstáculos epistemológicos.

O conceito é definido como um triplete de três conjuntos $C = (S, I, R)$ (Vergnaud, apud Moreira, 2002, p. 4):

- . S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito;
- . I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;
- . R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

O esquema é a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. Compreende ingredientes tais como: metas e antecipações, regras de ação do tipo “se...então”, invariantes operatórios (teoremas em ação) e possibilidades de inferência.

Os invariantes operatórios são os conhecimentos contidos nos esquemas e são designados por teoremas-em-ação e conceitos-em-ação. “O teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real. Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante.” (Vergnaud, apud Moreira, 2002, p. 9)

Considerando a estrutura do SND, pode-se associar como invariantes o valor relativo das unidades e as unidades de tamanhos diferentes. Os conceitos-em-ação associados a esse conceito são a enumeração, a contagem, a cardinalidade e a medida, e os teoremas-em-ação compreenderão a estrutura do sistema, isto é, a compreensão de que uma quantidade pode ser representada a partir de um sistema de representação e supõe o conhecimento da proposição $a_n \dots a_0$ isto é, por exemplo $61 a_1 = 6$ e $a_0 = 1$ e $a_1 = 6 \times 10^1$ e $a_0 = 1 \times 10^0$ e $61 = a_1 + a_0$, qualquer que seja $n \geq 10$.

A forma como os sujeitos se organizam para responder aos desafios cognoscitivos significam os esquemas dos quais eles lançam mão e está associada ao processo de acomodação. Se houver desequilíbrio a favor da acomodação, poderá ocorrer um comportamento por imitação. São as situações que permitem que o sujeito venha a transferir para um patamar B o que foi colhido num patamar A, reorganizado por um processo de abstração reflexionante. O que é importante, segundo Vergnaud (1990), é a identificação das situações e conceitualizações específicas para possibilitar o desenvolvimento cognitivo. Pode-se e deve-se considerar as contribuições de Piaget, mas não somente como o foco das operações lógicas e sim para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito-em-situação.

Como a constituição de sentido implica uma interação do sujeito com as situações nas quais ele engaja conhecimentos anteriores, submete-as a revisões, modifica-as, completa-as ou rejeita-as para formar novas concepções, pode ocorrer que o

sujeito cometa erros. Tais erros podem ser dificuldades inerentes ao conceito ou decorrentes de obstáculos epistemológicos a serem superados. Nesse caso, a noção de obstáculo aparece como fundamental para colocar o problema do conhecimento científico. Necessário se faz, portanto, a sua explicitação de modo a contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem.

A noção de obstáculo epistemológico

Os obstáculos epistemológicos têm que ser compreendidos na sua relação com “o erro que não é somente efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha o seu interesse, o seu sucesso, mas que agora se apresenta falso ou simplesmente inadaptado”(Brousseau, 1990).

O erro é constitutivo de sentido do conhecimento adquirido e sua identificação e natureza vai depender da interação constante do sujeito com as situações problemáticas, uma vez que ele antecipa e finaliza suas ações. Assim, é possível, nessa interação, analisar e observar o sujeito para identificar quais conhecimentos anteriores ele engaja, quais submete à revisão, quais modifica, quais completa ou rejeita para formar novas concepções e dessa forma identificar os erros e sua natureza: como obstáculos ou como dificuldades.

A noção de obstáculo epistemológico está se constituindo e se modificando e, por essa razão, é importante não assumir uma noção geral e fazer estudos de caso. Cada erro deve ser objeto de análise por não ocorrer ao acaso e por estar ligado a um conhecimento antigo que obteve êxito. Cada sujeito tem uma história e cada conceito tem sua especificidade própria. O que pode contribuir é o conhecimento dos obstáculos de origem epistemológica, que são aqueles encontrados na própria história dos conceitos. A identificação de um obstáculo vai depender da observação das interações do sujeito com o meio, a respeito de um conceito, na gênese do qual elas constituem uma etapa e fundamentam a significação.

Existem também as dificuldades inerentes aos conceitos e às operações que, segundo Vergnaud (1989), não podem ser interpretadas como obstáculos epistemológicos. Às vezes, as descobertas que o aluno tem de fazer entram em contradição com uma concepção bem assentada, reforçada por todas as atividades anteriores. Nesse caso, tem-se o que se pode chamar um obstáculo que se diferencia de um salto que acontece em caso de dificuldades. Para o autor, é interessante analisar em detalhes as diferentes dificuldades que os alunos encontram durante o curso da aprendizagem da matemática. Algumas dessas dificuldades devem-se somente ao fato de que existem saltos do pensamento, sem que esses saltos entrem violentamente em contradição com as concepções anteriormente formadas. Segundo o autor, essa distinção é importante para a didática, pois o professor não deverá adotar a mesma estratégia didática diante dos verdadeiros obstáculos e diante das outras dificuldades conceituais.

Bachelard também defende que a noção de obstáculo epistemológico pode ser estudada na prática da educação e, ao mesmo tempo, aponta que a mesma é desconhecida. Segundo o autor deve-se levar em conta que o estudante chega à escola com conhecimentos empíricos já constituídos e é necessário derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana. A cultura científica deve começar por uma catarse intelectual e afetiva e deve ser colocada em estado de mobilização permanente, substituindo o saber fechado e estático por um saber aberto e dinâmico. Mesmo que Bachelard admita que tais observações são mais visíveis no ensino de ciências, elas se aplicam a qualquer esforço educativo.

Bachelard (1996), procura atribuir sentido às observações estudando os obstáculos epistemológicos específicos. Serão destacados os que se considera estarem ligados ao conhecimento matemático em especial, segundo nossas análises. Dentre eles destacam-se:

- . A experiência primeira: apresenta-se repleta de imagens; é pitoresca, natural, fácil.
- . O conhecimento geral como obstáculo ao conhecimento científico.
- . Obstáculo verbal.
- . Obstáculo substancialista.

A experiência primeira, colocada antes e acima da crítica, não constitui de forma alguma base segura e, segundo Bachelard (1996), constitui o primeiro obstáculo epistemológico. A história aponta, a partir do árduo caminho trilhado pela humanidade para a invenção de um sistema de numeração para representar quantidades, as primeiras manifestações do homem atribuindo partes do corpo para designar quantidades específicas. Esse pensamento pré-científico faz parte do século e pode se manifestar nas condutas dos sujeitos que constituem os esquemas invariantes da ação. Pode-se observar o comportamento do bebê e das crianças pequenas associando um objeto à palavra um ou a um dedo levantado, dois objetos a dois dedos levantados ou à palavra dois e assim sucessivamente. Essa experiência primeira, que dá certo e apresenta sucesso, é tomada como referência e as demais quantidades vão sendo associadas a nomes de números específicos e às vezes pode se manter sem que se perceba. Nesse caso, o não conhecimento da estrutura do sistema de numeração pode passar despercebido, tanto pelos alunos como pelos professores por um bom tempo de escolarização. Esse tipo de conhecimento oriundo da experiência primeira se torna problemático para a compreensão das operações e para o manuseio dos algoritmos a elas associados. Esse tipo de obstáculo pode ser encontrado na história da matemática, quando se acompanham os vários sistemas de numeração inventados, alguns não posicionais e outros posicionais. Também a longa batalha que se travou para o estabelecimento de um símbolo para o zero que, a princípio, significava ausência de uma determinada quantidade numa posição. Os babilônios levaram novecentos anos para criar um símbolo para o zero, apesar da invenção de um sistema posicional e de base sexagesimal. O acompanhamento da história revela

a dificuldade enfrentada pela humanidade para se liberar do aspecto da observação primeira que impulsionava-a a associar a cada quantidade específica uma representação específica.

As crianças começam atribuindo nomes específicos a quantidades específicas e continuam a contar linearmente, não ultrapassando do plano dos objetos para o plano do agrupamento dos objetos. A cardinalidade fica restrita aos conjuntos lineares e os dígitos da representação podem referir-se a objetos isoladamente ou a eles são associados numa relação de ordem: o primeiro, o sexto objeto da coleção. É o caso de crianças que contam dezesseis objetos, circulam um objeto (ou o primeiro) para o “um” do dezesseis e seis objetos (ou o sexto) para o “seis” do dezesseis⁵.

Bachelard (1996), também destaca a intuição substancialista como obstáculo à compreensão de um fenômeno novo, apontando a sobrecarga completa que oculta a forma correta, a forma abstrata do fenômeno.

Historicamente pode-se identificar os períodos em que a representação das quantidades limitava-se a um registro pictórico associado à reprodução dos objetos a imagens. Esse tipo de registro está desvelado em papiros, documentos históricos, livros de história da matemática, entre outros. Estudos antropológicos permitem entender de que forma essa intuição substancialista foi dando lugar a uma abstração do fenômeno de contagem, abstraindo a propriedade comum a uma classe de objetos, 3 maçãs, 3 flores, etc., o número 3. “Certamente a descoberta do número puro, como abstração do caso particular e firmado de um modo conceitual, é o primeiro feito matemático da humanidade – o primeiro e, quem sabe, talvez o maior.”(Karlson, 1961, p. 6)

O que se deve observar atentamente é que a intuição substancialista não impeça o sujeito de abstrair o número como uma propriedade comum a uma classe de objetos. No ambiente da sala de aula, deve-se estar atento para as formas de organização do sujeito na representação de quantidades e ao significado que ele atribui aos dígitos da representação em um sistema de numeração. Quando o sujeito associa “um” objeto para o “um” do “dezesseis” e “seis” objetos para o “seis” do “dezesseis”, ele pode estar manifestando um obstáculo substancialista, isto é, associando a cada quantidade um número específico, pois o objeto concreto, a substância física é que se estabelece, nesse caso o objeto físico e real. Outros desempenhos (sujeito-em-situação e seus teoremas-em-ação) podem revelar possivelmente desequilíbrio a favor da acomodação, levando-o a um comportamento por imitação, repetindo os nomes específicos para as quantidades e associando os dígitos da representação a objetos específicos. Segundo Bachelard (1996), “chega-se, por meio de imagens tão simplistas, a estranhas sínteses.[...] Uma ciência que aceita as imagens é, mais que qualquer outra, vítima das metáforas. Por isso, o espírito científico deve lutar sempre contra as imagens, contra as analogias, contra as metáforas.” (p. 47- 48).

Historicamente percebe-se o papel decisivo dos dedos das mãos e dos pés como mediadores primeiros, como primeiros elementos de comparação. Assim também procedem as crianças. Porém, não são as palavras que designam os números.

⁵ Informações e descrições mais precisas podem ser encontradas na pesquisa intitulada “O valor posicional e suas implicações... para as séries iniciais do ensino fundamental” desenvolvida em Ponta Grossa pelas pesquisadoras Célia Finck Brandt e Joseli Almeida Camargo, professoras do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino da UEPG. O relatório de pesquisa pode ser obtido junto a este Departamento pelo e-mail demet@uepg.br.

“Não se trata de adjetivos numerais bem determinados, pictóricos, relacionados com objetos bem determinados – assim como quando se fala em um par de meias, em uma dúzia de ovos ou em uma resma de papel – mas são conceitos abstratos, aplicados da mesma maneira a ambos, dedos e ovelhas. Experimentemos desligar dos números os objetos, e isso já é um processo da mais alta significação”. (Karlson, 1961, p. 7)

Essa intuição substancialista tem de ser superada para não se transformar em obstáculo que pode ser de difícil identificação e passar despercebido, visto a possibilidade do desequilíbrio a favor da acomodação.

Por essa razão, é importante o intercâmbio entre os diversos materiais, que oportuniza a passagem de um plano a outro e as relações que se estabelecem entre os planos e dentro de cada um dos planos. A intuição substancialista pode se constituir em obstáculo e levar o sujeito a associar cada objeto a uma distribuição configural, concreta e, portanto, não abstrata. Outros dados empíricos também são reveladores de quanto essa intuição pode se tornar forte e desencadear em teoremas-em-ação que podem evidenciar a presença de um obstáculo. É o caso, por exemplo, dos alunos que quando se deparam com o material montessoriano conseguem separar barras (contendo dez unidades ligadas e visíveis) e cubos soltos (representando unidades) para representar quantidades. Não o fazem, porém, quando se deparam com o ábaco e colocam dez anéis na coluna das dezenas e anéis avulsos na coluna das unidades. Esse procedimento denota o quanto é possível reforçar uma intuição substancialista e permitir que o sujeito manifeste um obstáculo e acabe, por consequência, procedendo por imitação, manifestando um desequilíbrio a favor da acomodação. Quando o sujeito se depara com outra situação, ele não consegue extrair de um patamar o que colheu e transferir para um patamar superior, justamente porque sua construção ficou marcada pela intuição substancialista e pode ser identificada como um obstáculo, o que é diferente de uma dificuldade. O ábaco permite ao sujeito a representação de quantidades a partir da compreensão da estrutura existente no SND, enquanto que o material Montessori só permite o trabalho com uma das invariáveis presentes nessa estrutura, a base dez.

Há de se destacar também outras formas de obstáculos com outras origens. Bachelard (1996), destaca em que sentido a ciência do geral é uma suspensão da experiência, e que leva o indivíduo a valer-se dele para tudo explicar e compreender, resultando em um perigoso prazer intelectual na generalização apressada e fácil. É nesse caso que “a psicanálise do conhecimento objetivo deve examinar com cuidado todas as seduções da facilidade.” (1996, p. 69). O valor epistemológico de determinadas leis ou teorias pode ser medido por comparação com os conhecimentos falhos que elas substituíram de forma eficaz numa determinada época. Esses conhecimentos podem bloquear atualmente um outro tipo de conhecimento, respondendo mais do que levando a perguntar. Uma lei mais geral oferece uma resposta rápida como é o caso da repetição sucessiva dos nomes dos números numa determinada seqüência para representar

quantidades com a generalização apressada de que cada quantidade recebe um nome específico, sem reconhecimento de uma estrutura presente no sistema que a representa. As crianças pequenas chegam à escola recitando tal seqüência e isso basta para elas durante muito tempo como bastou para a humanidade. Cada quantidade recebia um nome específico, correspondente a uma parte do corpo. Isso quando o senso numérico já havia avançado e ultrapassado a quantidade três ou mais. Enquanto perguntas não são colocadas, esse conhecimento dá conta. Assim o é para as crianças que continuam a manipular tal sistema dessa forma, pois esse conhecimento satisfaz e responde a necessidades imediatas. Mesmo no caso da manipulação dos algoritmos, quando a compreensão é uma exigência, o ato de responder leva o sujeito a proceder conforme as ordens do professor: faz assim, coloca aí, empresta, tira, vai um, afasta uma casa, etc. A humanidade avançou em relação à invenção de sistemas de numeração quando, ao invés de respostas, perguntas passaram a ser colocadas. Por essa razão, al Khowarizmi ao viajar e se deparar com um sistema de numeração utilizado pelos hindus, volta encantado por ter encontrado um conhecimento que, com certeza, respondia melhor às questões colocadas. Não só revela sua descoberta fantástica como trata de divulgá-la a outros povos. Uma generalidade mal colocada, oriunda de dados provenientes dos sentidos, que permitiu a organização de um sistema de base e não posicional, só passou a ser questionada quando não era mais satisfatória como sistema de representação. Os agrupamentos é que permitiram tal generalidade fácil que, com certeza, foi responsável por estagnações e impediu avanços. Assim acontece com as crianças na escola. A repetição de uma seqüência numérica pode dar conta até um certo momento e podem entrar o espírito, a partir do instante em que as crianças não mais questionam, mas só respondem. Bachelard (1996), apresenta alguns casos de evidência mal colocada que se limitam ao campo das ciências naturais. Tomamos a liberdade de identificá-las também na ciência matemática e em relação a um objeto específico, o SND. Nesse sentido, é possível perceber o momento em que é preciso romper com o conhecimento estabelecido, isto é, quando o estabelecido já não mais responde e isso acontece porque problemas são colocados. Se, para a criança, a problematização não acontecer, aquela permanece atrelada ao conhecimento anterior que lhe é satisfatório. O próprio sistema de avaliação reforça esse comportamento, pois não está voltado para a identificação de dificuldades ou obstáculos e sim somente para respostas corretas. Existem outros casos em que essa generalidade apressada, por estar mal colocada, pode explicar os desempenhos dos sujeitos em situações de representações de quantidades. É o caso, por exemplo, de um sujeito que separa um cartão de 5 dezenas e outro de 7 unidades para representar o valor "507", argumentando que 5 dezenas valem 50 e 7 unidades valem 7, logo 507. Nesse caso, o erro apresentado pelo sujeito pode ser interpretado como oriundo de um obstáculo epistemológico atrelado ao conhecimento geral. As quantidades são representadas por nomes específicos associados a elas. Não existe a compreensão da estrutura do sistema de numeração. A superação desse obstáculo exigirá a reflexão das situações adequadas que permitam ao sujeito confrontar-se com o fato de que essa generalização não pode dar conta de um problema a ele colocado. Aqui nos defrontamos com um procedimento errado que pode ser identificado como obstáculo.

Bachelard considera também que o espírito pré-científico pode se deixar levar por uma única imagem, ou, às vezes, uma única palavra constitui toda a explicação. Esses hábitos de natureza verbal são caracterizados como obstáculos verbais.

Em se tratando da representação de quantidades, além da linguagem, precisamos da palavra escrita. Só ela poderá fixar, de modo duradouro, a impressão fugidia da palavra esquiva. No reino dos numerais são notórias as vantagens de “poder governar este reino gigantesco com tão poucas palavras iniciais e designar cada um dos seus súditos univocamente” (Karlson, 1961, p. 12). Se cada número exigisse um nome para designá-lo, estaríamos frente a um procedimento absurdo. “Devemos estar satisfeitos pelo fato de a humanidade ter-se contentado com tão poucas palavras para exprimir a série interminável de números. Se assim não fosse, a bela regularidade existente no edifício dos números não se teria revelado, permanecendo no caos do individualismo.” (ibidem, p. 12)

Precisamos verificar, porém, se nos fenômenos designados pela palavra escrita, o espírito não está sendo enganado ou iludido por uma potência substancial. O desempenho de um sujeito, a seguir apresentado, revela o quanto o acúmulo de imagens prejudica evidentemente a razão, e o concreto, apresentado sem prudência, pode impedir a visão abstrata da estrutura do sistema de numeração. Basta observar e refletir sobre o diálogo:

Fe (9):

- *Contou 16 objetos, escreveu o numeral 16 e circulou o 1^a, 6^a e 16^a objetos.*
- *Perguntamos o que ele teria a dizer sobre os objetos que não foram circulados.*
- *Ele respondeu que eram necessários outros números.*
- *Perguntamos quais seriam esses números.*
- *Ele respondeu: por exemplo, 4 e 7.*
- *Como ficaria? perguntamos.*
- *Ele circulou o 4^a e o 7^a e escreveu o 4 e o 7 à direita do 16: 1647.*
- *Perguntamos: como você leria o número?*
- *Ele respondeu: 1647. (um mil seiscentos e quarenta e sete).*
- *Numa outra atividade em que deveria somar 38 com 47, ele procedeu, repetindo em voz alta: 8 e 7 é quinze, vai um, 3 e 4 e 1 é 8.*
- *Perguntamos se aquele 1 era 1 mesmo. Ele respondeu que sim.*
- *Perguntamos por que ele não deixou o quinze e só escreveu 5, ele disse que a conta não estaria certa. É assim que faz.*

Os teoremas-em-ação, os conceitos-em-ação e os argumentos utilizados por *FE* deixam claros os obstáculos epistemológicos a serem superados. Um deles diz respeito à cardinalidade que, por não estar construída, leva *FE* a identificar cada dígito da representação com um valor ordinal. Talvez aqui, a relação de ordem que constitui um conhecimento explícito seja transferida para uma outra situação, isto é, ele repete a mesma ação em uma classe de situações. Outro obstáculo que se apresenta diz respeito a um obstáculo verbal. *FE* repete nomes de números e os escreve como se cada quantidade estivesse associada a uma palavra específica. Esses dois conhecimentos se agrupam e são utilizados como argumentos para atribuir significado aos objetos que não foram circulados. Os obstáculos continuam a interferir em seus esquemas no momento de separar cartões e de manipular os algoritmos. Nesse caso, seus teoremas-em-ação apóiam-se em seus conhecimentos explícitos e, quando estes não dão conta de serem combinados, *FE* lança mão de um procedimento por repetição. É nesse momento que se manifesta um desequilíbrio a favor da acomodação, tal como apontado por Piaget, que se manifesta num comportamento por imitação.

Na ação do sujeito pode-se observar que, no movimento pura e simplesmente lingüístico, ao associar a uma palavra concreta uma palavra abstrata é necessário ser coerente, o que exige que a abstração afaste-se das imagens primeiras. Na análise histórica do desenvolvimento dos sistemas de numeração também se observa a escrita como exigência da linguagem que pode fixar, de modo duradouro, a impressão fugidia da palavra esquiva. Mas, se os homens conseguiram inventar uma escrita capaz de reproduzir de modo adequado a sua linguagem, seja sob a forma de figuras como os hieróglifos, seja, sob a forma de caracteres como os usados hoje, não acontecem de modo simples, e foram necessários longos períodos para dominar o reino dos números, aparentemente tão bem ordenado. A numeração escrita entrou em uso, na Alemanha, apenas nos séculos XV e XVI e chegou até nós por caminhos complicados. Os primeiros sistemas de numeração inventados associavam às figuras traços unitários. Os traços passaram a ser riscados quando formavam agrupamentos. Os agrupamentos foram substituídos por outros símbolos e assim sucessivamente. Vê-se que a passagem da linguagem para a escrita carrega em muito a impressão das imagens e dos caracteres, o que pode obstruir o espírito, comprometendo a abstração. No início foram símbolos informes e deselegantes que, de um certo modo, retardaram uma outra explicação mais abstrata para os mesmos. Transformar símbolos em números, uma representação o mais próxima possível e ilustrada pode ajudar num primeiro momento. Mas esta se defronta ainda com a dificuldade em relação a grandes quantidades, pois só o agrupamento não dá conta da questão. Outros artifícios gráficos como cor, forma, entre outros também não são suficientes. A posição é uma exigência e, por mais elementar que pareça, o grau de abstração é enorme, principalmente quando ao fato se acrescenta a ausência de valor numa determinada posição. Novamente o apelo a um recurso visual e gráfico, deixando espaços para indicar essa ausência. Demorou até que se percebesse que outros

registros gráficos poderiam estar cumprindo o papel de indicar essa ausência. Até a invenção do zero, o caminho foi árduo. Essas análises de caráter histórico permitem compreender que os sujeitos também enfrentam as mesmas dificuldades para a manipulação do SND. Deveremos estar atentos, portanto, aos argumentos utilizados, que podem revelar obstáculos epistemológicos tais como os enfrentados pela humanidade para a invenção de tal sistema.

Mas nem sempre os desempenhos inadequados ou os procedimentos errados podem ser associados a obstáculos epistemológicos, pois podem ser oriundos de dificuldades inerentes ao próprio conceito ou a um processo de transição de um estágio de compreensão para um estágio mais avançado. É o caso, por exemplo, de *MI* (9)² que, ao contar e circular os dez objetos como significando o 1 do 16 e seis objetos significando o 6 do 16, refere-se aos mesmos dizendo: eu circulei dez dezenas e seis unidades. Nesse caso, existe uma dificuldade associada à passagem de contar por reagrupamentos e unitariamente. Quando ela circula os dez objetos, ao invés de se referir a eles como uma dezena, refere-se como dez dezenas.

Nesse caso, o procedimento de *MI* refere-se a uma dificuldade em passar do plano dos objetos ao plano dos reagrupamentos, tal como proposto por Vergnaud (1996), e essa passagem compreende relações e operações no mesmo plano e entre os planos.

No caso de *FE* e de *MI*, é possível diferenciar uma dificuldade de um obstáculo a ser superado a partir da observação do sujeito-em-situação e dos teoremas-em-ação, de que ele lança mão para dar conta dos desafios cognoscitivos. Os teoremas-em-ação se referem ao processo de acomodação que, segundo Piaget, significa como o sujeito se organiza para dar conta dos desafios. Ao se organizar, lança mão de esquemas que se referem à organização invariante da conduta nas diversas situações de mesma categoria com as quais se defronta. É nesse momento que um conhecimento anterior, que se constitui em crença e em prejulgamento, pode se tornar um obstáculo epistemológico, como aconteceu com *FE*.

Considerações Finais

A presente investigação possibilitou identificar formas de refletir sobre a prática educativa e, ao mesmo tempo, identificar as dificuldades de diversas naturezas que têm de ser diferenciadas como dificuldades propriamente ditas e obstáculos epistemológicos que se apóiam em conhecimentos anteriores que se tornaram duráveis e estáveis.

Os resultados apontam que é possível identificar os esquemas de que lançam mão os sujeitos, enquanto sujeitos em ação, como esquemas organizadores da conduta. É possível também identificar as dificuldades apresentadas pelos sujeitos quando estes operam sobre diferentes planos e lidam com as relações e operações

no interior de um plano e como essas dificuldades impedem, num determinado estágio, de transferir para um patamar B o que foi construído num patamar A.

As questões compreenderam as invariáveis presentes na estrutura do SND e de que forma as incompreensões ou fragilidades puderam ser analisadas em relação a estas.

A identificação dos obstáculos epistemológicos exige uma análise histórica para verificar de que forma o espírito científico vence os mesmos e se constitui como conjunto de erros retificados. Porém, como aponta Bachelard (1996), cabe ao filósofo fazer as sínteses como especialista de generalidades. Mas na especialidade, no caso do conhecimento objetivo da matemática, trata-se de psicologia e, psicologicamente não existe verdade sem erro retificado. “A psicologia da atitude objetiva é a história de nossos erros pessoais.” (Bachelard, 1996, p. 293). Em relação ao conhecimento do objeto, segundo um pressuposto epistemológico, é preciso aceitar uma verdadeira ruptura entre o conhecimento sensível e o conhecimento científico. Quando o espírito pré-científico for argüido por objeções a respeito de seu realismo inicial, a respeito de sua pretensão de captar, ao primeiro gesto, revela a psicologia do estímulo, mas ainda não chega ao controle objetivo, pois primeiro enfrentará as resistências. Estas podem ser oriundas de uma vitória subjetiva. Segundo Bachelard, “o homem que tivesse a impressão de nunca se enganar, estaria enganado para sempre.” (idem, p. 295). Para o autor, uma pedagogia da atitude objetiva exige começar as lições de objetividade por uma verdadeira confissão de nossas falhas intelectuais.

A noção de obstáculo epistemológico permite uma relação operacional entre a história e o ensino da matemática, que se reflete no processo de aprendizagem, pois é possível identificar os tipos de erros apresentados pelos alunos. Os erros passam a desempenhar um novo papel pelo fato de não poderem ser eliminados de forma simples: reapresentação pelo professor do assunto, repetição de procedimentos, algoritmos padrões, realização de exercícios, entre outros. Também por possibilitarem uma reflexão teórica nas dimensões epistemológica e psicológica, pois os mesmos são indicadores dos processos cognitivos na aprendizagem da matemática na sala de aula. Na concepção do obstáculo epistemológico, o novo conhecimento não consegue integrar-se sistematicamente, o saber já existente não admite o novo – seja parcial, seja inteiramente. Já fica evidente que uma primeira analogia do processo de aprendizagem com o desenvolvimento da ciência: na ciência, também as novas concepções não conseguem ser recebidas inteiramente e sem resistências: podem substituir conflitos fundamentais ou principais entre o novo e o tradicional. (p. 27-28).

No entanto, a noção de obstáculo pode ser proveitosa na medida em que:

“Os obstáculos em questão forem verdadeiramente identificados na história da matemática; tiverem sido identificados nos modelos espontâneos dos alunos; as condições pedagógicas para suas “derrotas” ou suas rejeições forem estudadas com uma exatidão tal que um projeto didático preciso possa ser proposto pelos professores; a avaliação de um tal projeto puder ser considerada positiva” (Brousseau, 1997, p. 93-94 apud Schubring, 2002, p. 32).

Nas reflexões apontadas neste artigo pudemos evidenciar que a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990) permite uma perspectiva do trabalho na sala de aula que amplia a compreensão dos erros dos alunos a partir da noção de esquema. É a tese segundo a qual os erros são formas transitórias que conduzem a repensá-los enquanto traços da construção progressiva de um esquema algorítmico. Ela permite integrar, numa mesma perspectiva teórica as constatações sobre o caráter organizacional das condutas erradas com a funcionalidade da dinâmica assimilação/acomodação no coração dos esquemas. Alguns exemplos de erros retirados de estudos empíricos permitiram colocar em evidência o funcionamento adaptativo desses esquemas no processo de aprendizagem a serem levados em consideração. O debate teórico possibilitado levanta a questão de um funcionamento didático do erro. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud concede aos esquemas um papel central que permite trazer os argumentos ativos nesse sentido, procedendo à análise dos erros observados. É nesse caso que podemos diferenciar dificuldades de obstáculos epistemológicos e a superação destes em relação a conhecimentos anteriores que se tornaram estáveis. Deve-se também estar atentos para que nem sempre ações automatizadas estejam acompanhadas de decisões conscientes, pois a automatização é necessária e é uma facilidade de que lançamos mão após um processo de síntese.

Outras questões relevantes podem ainda ser investigadas, dentre as quais os esquemas que organizam a representação simbólica, nos quais a lingüística acompanha essa ação. Nesse caso, estaremos analisando o papel dos rótulos verbais e o plano das representações escritas. Na presente investigação, essas questões não foram objeto de análise, mas apontam que, na prática educativa, o caminho é mais amplo.

Referências

- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BECKER, F. **Ensino e construção do conhecimento: o processo de abstração reflexionante**. Educação e Realidade, Porto Alegre, 18 (1):43-52, jan/jun. 1993.
- BROUSSEAU, G. **Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques**. RDM, v. 4, n. 2, p. 165-198.

- CARRAHER, T.; CARRAHER, D. & SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1993.
- KARLSON, P. **A magia dos números**. Rio de Janeiro: Globo, 1961.
- NUNES, T. e BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: ArtMed, 1997.
- MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. São Paulo: Cortez, 1995.
- MOREIRA, M. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. 2002. O referido artigo encontra-se no site www.if.ufrgs.br/ienci, disponibilizado gratuitamente.
- PIAGET, J. **Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Porto Alegre: ArtMed, 1995.
- ROSSO, A. J. et al. **A produção do conhecimento e a ação pedagógica**. Educação e Realidade, Porto Alegre, 1998.
- SIERPINSKA, A. Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique. In: **"Construction des savoirs: obstacles & conflits"** Nadine Bednarz e Catherine Grnier (org.). Colloque international: obstacle et conflit socio-cognitif. Ed. Agence d'ARC inc: Montreal, 1989.
- VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels**. RDM, 10, (2-3), p. 133-170, 1990.
- VERGNAUD, G. **L'enfant la mathématique et la réalité**. 3. ed. Berne, Francfort: Lang, 1985.
- VERGNAUD, G. Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vraie obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques. In **"Construction des savoirs: obstacles & conflits"** Nadine Bernarz e Catherine (org.). Colloque international: obstacle épistémologique et conflit socio-cognitif. Ed. Agence d'ARC inc: Montreal, 1989.