

UM DISCÍPULO DE PESTALOZZI NA FRANÇA E SUA ARITMÉTICA EM 1824: HIPPOLYTE LÉON DENIZARD OU ALLAN KARDEC

A DISCIPLE OF PESTALOZZI IN FRANCE AND HIS ARITHMETIC IN 1824: HIPPOLYTE LÉON DENIZARD RIVAIL OR ALLAN KARDEC

UN DISCÍPULO DE PESTALOZZI EN FRANCIA Y SU ARITMÉTICA EN 1824: HIPPOLYTE LÉON DENIZARD O ALLAN KARDEC

LICENÇA CC BY:

Artigo distribuído sob os termos Creative Commons, permite uso e distribuição irrestrita em qualquer meio desde que o autor credite a fonte original.



Circe Mary Silva da Silva
Universidade Federal de Pelotas

Edmar Reis Thiengo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo

Artigo recebido em: 05/08/2025

Aprovado em: 13/03/2026

Resumo: O objetivo do presente estudo é identificar, na Aritmética de Hippolyte Léon Denizard Rivail (1804-1869), como o autor apresentou o método intuitivo ou *Anschauungunterricht*, baseado na visualização, conforme formulado por Pestalozzi. Hippolyte Rivail foi discípulo direto de Pestalozzi em Yverdon (Suíça) e tornou-se um divulgador das ideias do pedagogo suíço por meio dos manuais escolares que publicou e do ensino ministrado em escolas em Paris. A pergunta investigativa foi respondida à luz das transferências culturais, conforme Fontaine; para o tratamento dos dados, foi utilizado o método da análise documental, construindo, inicialmente, um corpus documental que abrangia as aritméticas publicadas de 1805 a 1824, em vários países e que mencionam em seus títulos o nome de Pestalozzi. Foram eleitas, para a análise crítica, quatro categorias: 1) discurso preliminar; 2) uso do aritmômetro; 3) cálculo mental; 4) quadros das unidades e frações. A conclusão foi de que a Aritmética de Rivail é exemplo de um manual portador de proposta pedagógica oriunda de um espaço cultural que difundiu-se em outro espaço nacional, quebrando fronteiras e com apropriações próprias do agente cultural que a divulgou. O método intuitivo de Pestalozzi é aquele seguido por Rivail, embora ele o tenha modificado. Há fortes indícios de que ele enfatizou muito mais o uso do aritmômetro do que o dos quadros de Pestalozzi, de que estimulou o cálculo mental, paralelamente ao uso do aritmômetro, e de que usou variados objetos concretos como meios de visualização de conceitos aritméticos.

Palavras-Chave: Livro didático. Matemática Elementar. Método intuitivo.

Abstract: The aim of this study is to identify in the arithmetic of Hippolyte Rivail (1804-1869), first volume, the *Anschauungunterricht* or intuitive method, as formulated by Pestalozzi. Hippolyte Rivail was a direct disciple of Pestalozzi in Yverdon (Switzerland) and became a popularizer of the ideas of the Swiss pedagogue through the textbooks he published and the teaching given in schools in Paris. The investigative question was answered in the light of cultural transfers, according to Fontaine; for the treatment of the data, the documentary analysis method was used, initially constructing a documentary corpus that covered the arithmetic published from 1805 to 1824, in several countries and, which mention in their titles the name of Pestalozzi. 4 categories were chosen for the critical analysis: 1) preliminary discourse; 2) use of the arithmometer; 3) mental calculation; 4) the tables of units and fractions. It was concluded that: Rivail's arithmetic is an example of a manual that carries a pedagogical proposal from another cultural space, disseminated in another national space, Breaking Borders





and with appropriations of a cultural agent who disseminated it. Pestalozzi's intuitive method is that followed by Rivail, although he modified it. There are strong indications that he emphasized the use of the arithmometer much more than that of Pestalozzi's paintings and stimulated mental calculation, in parallel with the use of the arithmometer and, used various concrete objects as means of visualizing arithmetic concepts.

Keywords: Elementary Mathematics. Intuitive method. Textbook.

Resumen: el objetivo del presente estudio es identificar en la Aritmética de Hippolyte Léon Denizard Rivail (1804-1869) cómo el autor presentó el método intuitivo o *Anschauungunterricht*, basado en la visualización, formulado por Pestalozzi. Hippolyte Rivail fue discípulo directo de Pestalozzi en Yverdon (Suiza) y se convirtió en un divulgador de las ideas del pedagogo suizo a través de los manuales escolares que publicó y la enseñanza impartida en escuelas de París. La pregunta de investigación fue respondida a la luz de las transferencias culturales, según Fontaine; para el tratamiento de los datos se utilizó el método del análisis documental, construyendo, inicialmente, un corpus documental que abarcó las aritméticas publicadas de 1805 a 1824, en varios países y que mencionan en sus títulos el nombre de Pestalozzi. Se eligió para el análisis crítico cuatro categorías: 1) discurso preliminar; 2) uso del aritmómetro; 3) cálculo mental; 4) los cuadros de las unidades y fracciones. Se concluyó que: la Aritmética de Rivail es ejemplo de un manual portador de una propuesta pedagógica oriunda de un espacio cultural que se difundió en otro espacio nacional, Rompiendo Fronteras y con apropiaciones propias de un agente cultural que la divulgó. El método intuitivo de Pestalozzi es el seguido por Rivail, aunque lo modificó. Hay fuertes indicios de que él enfatizó mucho más el uso del aritmómetro que el de los cuadros de Pestalozzi y estimuló el cálculo mental, paralelamente al uso del aritmómetro y, usó variados objetos concretos como medios de visualización de conceptos aritméticos.

Palabras clave: Libro de texto. Matemáticas Elementales. Método intuitivo.

INTRODUÇÃO

Desde o século passado, o ensino elementar da aritmética passou a integrar os saberes da disciplina matemática; não obstante isso, na atualidade, praticamente inexitem livros didáticos específicos de aritmética para os anos iniciais, no Brasil. Entretanto, entre os séculos XV e XX, as aritméticas desempenharam um papel fundamental no aprender e ensinar a contagem e as operações com os números. O investigador Almeida, que estudou profundamente as aritméticas do século XVI, em Portugal, considerava que esse "utensílio mental" foi basilar e inclusive fundamental para a "aritmética da vida quotidiana", no século XVI (Almeida, 1993, p. 17). Estima-se que até o final do século XV, tenham sido impressas 30 aritméticas práticas (Bjarnadóttir, 2014). Saber contar e realizar operações com os números permitia aos homens matematizar a realidade. A aritmética era útil para a prática náutica e, principalmente, para o comércio (Almeida, 1993). Para o pesquisador Matos (2006, p. 149), "A prática *d'aritmética* nasce com fortes relações fora do quadro escolar e os seus construtores possuem conhecimentos profissionais obtidos no comércio privado ou em funções-chave relacionadas com atividades mercantis públicas". As aritméticas dos séculos XVI e XVII foram escritas visando à auto-instrução. Já, no século XVIII, os livros de matemática eram mais para os professores, e raramente para os alunos; na sua falta, os estudantes copiavam o que o professor ditava.

No século XIX, um novo tipo de aritmética entrou em cena, influenciada principalmente pelo método intuitivo. O pedagogo Johann Henrich Pestalozzi (1746-1827) provocou um impacto profundo nas teorias educacionais, tanto na Europa como nos Estados Unidos, atraindo para a Suíça professores que desejavam aprender com o mestre (Bjarnadóttir, 2014). A disseminação das propostas pedagógicas e inovadoras de Pestalozzi aplicadas à aritmética circularam em vários países. Em 1806,



na Alemanha, Ernst Tillich escreveu *Allgemeines Lehrbuch der Arithmetik zur Anleitung für Jedermann*; August Grube, em 1842, seguindo Pestalozzi, publicou em Berlin *Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristischen Methode* (Silva, 2015a). Em alguns livros, o nome Pestalozzi aparece nos títulos; em 1805, Chavannes escreveu *Exposé de la Méthode Élémentaire de H. Pestalozzi*, na França; em 1810, Joseph Schmid publicou, na Alemanha, o livro *Die Elemente der Zahl als Fundament der algebra nach pestalozzischen Grundsätzen* (Schmid, 1810); em 1823, nos Estados Unidos, Warren Colburn capturou o espírito pestalozziano no seu livro *First lessons in Arithmetic on the Plano of Pestalozzi with some Improvements*; em 1824, Hippolyte Léon Denizard Rivail¹, na França, publicou o *Cours Pratique et Théorique de Arithmétique, d'après la méthode de Pestalozzi*; em 1844, na Inglaterra, Thomas Tate, publicou a obra *Exercises in Arithmetic for elementar schools after the method of Pestalozzi*. Esses são alguns exemplos das primeiras iniciativas de aplicação das ideias de Pestalozzi à matemática. Entretanto, a existência de tais aritméticas, baseadas na intuição e compreensão, não resultou numa total mudança nos antigos métodos baseados na memória e mecanização, mas originou o cálculo mental, a regra de três e as frações - introduzidos como métodos de resolução de problemas aplicados (Bjarnadóttir, 2014).

Alguns entusiastas buscaram, diretamente com Pestalozzi, conhecer o seu método de ensino. O protagonista da presente investigação – Hippolyte Léon Denizard Rivail – foi para Yverdon (Suíça) estudar com Pestalozzi. Na folha de rosto do livro de aritmética, escrita em 1824, ele reconheceu a si próprio como “discípulo de Pestalozzi”.

Assim, o objetivo do presente estudo é identificar, na Aritmética de Hippolyte Léon Denizard Rivail (1804-1869), como o autor apresentou o método intuitivo ou *Anschaungunterricht*, baseado na visualização, conforme formulado por Pestalozzi. Na revisão bibliográfica, raras foram as pesquisas que analisaram os livros didáticos escritos por Rivail. Entre eles, identificamos Brettas (2012) que em sua tese buscou articular as ideias pedagógicas de Pestalozzi com o espiritismo, sem analisar especificamente a aritmética do autor. Ao tentar entender como se ensinava aritmética pelo método de Pestalozzi, Oliveira (2017) fez uma breve referência a Rivail, destacando a aritmética do autor e citando a mesma frase que utilizamos na introdução. Costa (2022) focou sua investigação na proposta de educação pública escolar de Rivail e incluiu em seu trabalho todas as publicações de Rivail de 1823 a 1850, comentando sobre sua proposta de ensino da matemática. Csizmar (2023) dedicou uma rápida análise à atuação de Rivail no ensino, afirmando que, em 1825, ele fundou a – *École de premier degré* – e em 1826, a *Institution Rivail*, onde atuou como professor de diversas disciplinas, entre elas a matemática. Entretanto, nenhuma das pesquisas mencionadas analisa, especificamente, os livros de aritmética do autor. Lacuna essa que pretendemos preencher com o presente estudo.

METODOLOGIA

As ideias circulam pelo mundo, quer pelo contato direto, quer pelo indireto, em que intermediários desempenham papel de transmissores. As transferências culturais ocorrem de muitas maneiras: Fontaine (2014), por exemplo, investigou os intercâmbios transnacionais no espaço franco-suíço, no período de 1850 a 1900 e concluiu que “a organização dos sistemas europeus resulta de apropriações recíprocas, mais ou menos dissimuladas, e se constituiu num resultado de um fenômeno eminentemente internacional”; ele prosseguiu afirmando que “a ciência da educação alimentou-se

1 Pseudônimo adotado por Rivail nos estudos e publicações sobre o Espiritismo, doutrina religiosa, filosófica e científica que tem por base a existência dos espíritos e a possibilidade de comunicação com estes, por ele codificada.





de transferências culturais” (Fontaine, 2014, p. 204). Assim sendo, entender essa dinâmica de deslocamentos de ideias pedagógicas em que agentes culturais desempenham um forte papel, significa adentrar na história da educação matemática pelo viés dos movimentos transnacionais. Para tanto, tomamos como ponto de partida as primeiras aritméticas anteriores a 1824, como a de Chavannes (1905), Schmid (1810) e Colburn (1823), em que seus autores afirmaram ter seguido o método de Pestalozzi, e aquela de Rivail de 1824, buscando identificar a existência de um fio condutor nessas propostas. Foram, então, selecionadas apenas aquelas em que o nome de Pestalozzi aparece no título. O livro de Rivail (1824) teve sua análise orientada pelo propósito de verificar se o autor seguiu a proposta de Pestalozzi, como também de averiguar se a obra apresenta alguma semelhança ou diferença em relação às aritméticas dos autores que o antecederam. As ideias de Pestalozzi circularam pelo mundo no início dos oitocentos, sendo apropriadas, em alguns países, num movimento transnacional de disseminação de uma proposta pedagógica inovadora para o ensino da matemática.

Para responder à pergunta investigativa, utilizamos o método da análise documental, construindo, inicialmente, um corpus documental que abrangeu as aritméticas publicadas de 1805 a 1824. A primeira tarefa foi localizar as obras originais de 4 autores, cujos títulos mencionassem Pestalozzi. Estão detalhadas no Quadro 1.

Quadro 1 - Aritméticas pestalozzianas

Autor	Título	Local da Edição	Ano da edição
D. A. Chavannes	Exposé de la Méthode Élémentaire de H. Pestalozzi	Paris	1805
J. Schmid	Die Elemente der Zahl als Fundament der algebra nach pestalozzischen Grundsätzen	Heidelberg	1810
W. Coulburn	First lessons in arithmetic on the plan of Pestalozzi	Boston	1823
H. Rivail	Cours Pratique et Théorique de Arithmétique, d'après la méthode de Pestalozzi, avec modificarions	Paris	1824

Fonte: dados trabalhados pelos autores.

Nas três primeiras obras, identificamos apenas as ideias centrais que permitiram compreender o que cada autor entendia por método intuitivo ou *Anschauungunterricht*. Na quarta obra, foco principal da pesquisa, foi realizado um estudo analítico minucioso a fim de caracterizar o que o autor assimilou a respeito do método intuitivo quando esteve em Yverdon, em contato direto com Pestalozzi, e o que inseriu no seu manual. Para tanto, como categorias teóricas de análise, seguimos Choppin (2004) e escolhemos duas funções relevantes que os livros escolares assumem: a função referencial e a função instrumental. “A função referencial é aquela que serve de suporte para os conteúdos educativos” (Silva, 2015b), ela é uma espécie de programa a ser seguido. Por sua vez, a função instrumental é aquela que propõe métodos de aprendizagem, exercícios e atividades que visam a facilitar a aprendizagem. Englobando as duas categorias acima, escolhemos 4 subcategorias: 1) discurso preliminar; 2) uso do aritmômetro; 3) cálculo mental; 4) quadros das unidades e frações.

O item a seguir apresenta um breve esboço da biografia de Rivail, que apoia-se em literatura secundária e integra a discussão e análise dos dados.



HIPOLLITE LÉON DENIZARD RIVAIL – O EDUCADOR

As propostas educacionais de Rivail surgiram ainda na juventude. Ele nasceu em 1804, em Lyon, época de efervescência política com o imperador Napoleão Bonaparte. Com dez anos de idade, o jovem foi para o Instituto Yverdon, na Suíça, considerada uma escola avançada, à época, na Europa. Lá estudou, também, Friedrich Fröbel (Brettas, 2012). Contudo, os biógrafos do autor pouco conhecem a respeito do período entre 1818 e 1824. Há indícios de que, em 1824, ele já morava em Paris. Suas produções pedagógicas começaram a aparecer em 1824. A primeira foi o *Curso prático e teórico de Aritmética*, segundo o método de Pestalozzi, para uso dos professores e das mães de família. Posteriormente, produziu mais dez obras, entre as quais o *Manual dos exames para obtenção dos certificados de capacidade: soluções racionais das questões e problemas de Aritmética e de Geometria*, de 1846.

Rivail foi “Membro de várias sociedades sábias, notadamente da Academia Real de Arras, foi premiado, por concurso, em 1831, pela apresentação de sua notável memória: *Qual o sistema de estudo mais em harmonia com as necessidades da época?*” (Sausse, 2012, p. 32 – grifos do autor). Como professor, criou escolas na França seguindo o modelo de Yverdon, sendo um divulgador das ideias pedagógicas de Pestalozzi.

Em suas Obras Póstumas, escreveu: “Foi em 1854 que pela primeira vez ouvi falar em mesas girantes” (Kardec, 2019, p. 225). A partir desse contato com os fenômenos espíritos, passou a pesquisar sistematicamente o assunto e adotou o pseudônimo de Allan Kardec, sob o qual se tornou o codificador do Espiritismo. Ele organizou e sistematizou a doutrina espírita em cinco obras básicas. Faleceu em 1869.

ARITMÉTICAS PESTALOZZIANAS ANTERIORES A 1824

Antes de comentar sobre as aritméticas baseadas em Pestalozzi, é importante começar apresentando algumas breves considerações sobre o *Anschauungunterricht*, especificamente para o ensino dos números, conforme o pedagogo suíço propôs no seu conhecido livro *Como Gertrudes ensina suas crianças*. Pestalozzi não escreveu nenhuma aritmética (Bjarnadóttir, 2014), entretanto no livro citado, apresentou algumas ideias de como introduzir os números para as crianças.

Começo meus esforços para dar às crianças uma impressão das relações dos números, como mudanças reais de mais e de menos; estas podem ser encontradas nos objetos diante de seus olhos. As primeiras tabelas deste livro contêm uma série de objetos que dão à criança uma clara impressão sensorial de um, dois, três, etc., até dez. Então, deixo as crianças procurarem os objetos representados nessas tabelas como unidades, pares de unidades, trios de unidades e assim por diante. Depois, deixo que encontrem essas mesmas relações nos dedos, ou com ervilhas, pedras ou outros objetos úteis [...] (Pestalozzi, 1894, p. 134).

A seguir, apresentamos algumas obras, cujos autores afirmaram, no próprio título, serem seguidores, de Pestalozzi.

Chavannes (1805, p. 5-6), ao expor o método de Pestalozzi, dizia que: “A base de sua instrução elementar é a intuição, que ele considera como o fundamento geral de nossos conhecimentos e o meio mais apropriado de desenvolver as forças do espírito humano de maneira mais natural”. As pesquisas de Pestalozzi levaram-no a concluir que as primeiras ideias que a criança adquire são





pela observação. O autor dedicou um capítulo a explicar como deve ocorrer a instrução intuitiva do número. Ele introduziu o quadro de unidades, explicando que o objetivo de seu uso seria exercitar a criança "a ver" a unidade seja como unidade, seja como fazendo parte de uma soma de unidades, assim as crianças aprenderiam a contar as unidades que estão nas linhas e a nomear suas diferentes reuniões; elas aprenderiam a ver cada unidade como parte da reunião de unidades. Da mesma maneira nos quadros fracionários, em que elas aprenderiam como os números podem ser divididos. Os quadros ou tabelas propostas por Pestalozzi estão inseridas no apêndice, no final do livro, a partir da página 204.

Schmid (1810) não apresentou o método de Pestalozzi como uma verdade acima de qualquer outra; ao contrário, reconheceu que o pedagogo suíço deu um passo enorme em direção à verdade, mas reconhecia que o método ainda não tinha fundamento suficiente para a aritmética e álgebra. Segundo ele, ensinar os números não era tarefa da escola, mas da educação materna; e aprender a contar e calcular não deveria começar só aos sete ou oito anos de idade, na escola, mas antes, em casa. Inicialmente, deveriam ser trabalhados apenas os números até 20 ou 30, como ele apresentou nesse livro. Para isso, ele sugeria o uso das tabelas de números que iriam acompanhar o progresso dos alunos; posteriormente, elas seriam utilizadas para os exercícios de repetição. As tabelas que ele apresentou diferem daquelas de Chavannes, embora use traços ou riscos tanto para as unidades quanto para as frações. O autor recomendava que os livros incluíssem esses quadros e afirmava que "O traço utilizado deve estar em um relacionamento adequado com os dedos e a percepção visual da criança; ele deve ser capaz de fazer tão rapidamente, e ser capaz de compreender o que faz" (Schmid, 1810, p. vii).

Warren Coulburn (1783-1833), discípulo de Pestalozzi nos Estados Unidos, foi o primeiro teórico em educação matemática no país (Ellerton, Vaiyavutjamai, Clements, 2012). "Ele reiterou o apelo de Pestalozzi para que a instrução em aritmética inicial fosse ligada com os sentidos dos aprendizes". Para ele, as crianças deveriam aprender aritmética a partir dos 6 anos de idade e a instrução em aritmética deveria começar pelos sentidos. A primeira publicação de Colburn ocorreu em 1821 - *Arithmetic on the Plan of Pestalozzi*. O exemplar por nós analisados é de 1823. No prefácio, Colburn salientou que, logo que a criança começa a usar seus sentidos, uma das primeiras noções que ela descobre é a relação numérica: "Ela intuitivamente fixa a unidade como medida e forma a ideia de mais e de menos, que é a ideia de quantidade" (Coulburn, 1823, p. iv). Sua proposta é começar com perguntas envolvendo quantidades, sem usar os símbolos numéricos. Por exemplo: "Quantos polegares você tem na sua mão direita? Quantos na esquerda? Quantos em ambas? Quantas mãos você tem? Se você tem duas nozes em uma mão e uma em outra, quantas você tem em ambas?" (Coulburn, 1823, p. 1). Somente após 37 páginas com exercícios variados das quatro operações, na oralidade, ele introduziu os símbolos para os números de 1 a 10. Os demais seriam introduzidos, gradativamente, sempre por meio de problemas na forma de perguntas. Os quadros não aparecem no livro, mas ele explica, na segunda parte da obra, como usá-las (chama-as de "plate").

Essas primeiras aritméticas mostram a divulgação do método intuitivo de Pestalozzi em manuais didáticos, tendo como público-alvo os professores dos anos iniciais ou instrutores em geral, que poderiam ser as mães.



A ARITMÉTICA DE RIVAIL

A Aritmética de Rivail foi publicada em dois volumes: o primeiro tem duas partes: 1º) para crianças de 4 a 6 anos, sem o uso de algarismos, limitado aos números de 1 a 20; 2º) para alunos de 7 a 10 anos, com o uso de algarismos, mas sem fórmulas (ampliação do conjunto numérico até centenas). O livro possui 192 páginas além dos apêndices. O segundo volume possui 396 páginas e abrange um curso completo de aritmética - com definições – tratando, além do sistema de numeração, teoria das operações com números inteiros, frações e teoria das operações com frações, também frações decimais, números complexos, medidas antigas e novas, proporções, regra de três simples e composta, regra de sociedade, juros simples e composto, câmbio, regra da falsa posição, moedas, potências e raízes quadrada e cúbica, progressões e logaritmos.

Neste estudo, apenas o volume 1 foi objeto de análise uma vez que é nele que o autor apresenta mais claramente o método de Pestalozzi. À época, o livro não foi destinado ao público infantil, ou seja, para os alunos. Rivail (1824, s/p) escreveu na página de rosto: “Obra específica para professores e mães de família que querem dar aos seus filhos as primeiras noções desta ciência, e em que nada foi negligenciado de tudo o que poderia tornar a sua utilidade mais geral”. O quadro 2 mostra os conteúdos abordados no livro.

Quadro 2- Conteúdos do volume 1

1ª parte Para crianças de 4 a 6 anos	Conhecimento dos números; comparação de números; adição de dois números; composição de um número; adição de três e quatro números; composição de um número com três outros; subtração; números pares e ímpares; comparação pela diferença; combinação de adição e subtração; preparação da multiplicação; dezenas; combinação de adição, subtração e multiplicação; divisão; metade, terça parte; quarta parte; frações; converter inteiros em frações; adição de frações; recapitulação do primeiro curso
2ª parte Para crianças de 7 a 10 anos	Cálculo mental: adição de números; formação de números; números arábicos e romanos; subtração; sistema de numeração; centenas; multiplicação; divisão por 2, 3, 4; números pares e ímpares; divisão simples; frações; operações com frações: adição, subtração e multiplicação; representação de frações com numerador e denominador; pesos e medidas: metro, litro, grama, medidas antigas, sistema monetário francês e estrangeiros

Fonte: elaborado pelos autores.

É preciso destacar que Rivail reconhecia que a proposta de Pestalozzi para a educação elementar não era dar conhecimento positivo, mas, antes, preparar a mente para o receber.

DISCURSO PRELIMINAR

Pestalozzi, tirando a criança do berço, percebeu as primeiras faíscas de sua razão e reconheceu que ela trazia consigo faculdades que se desenvolvem pela educação, como o germe de uma planta rompe gradualmente o envoltório que a envolve. Dentre essas faculdades, destacamos principalmente o espírito de observação e a memória (Rivail, 1824, p. vii, grifos da autora).





A epígrafe acima, que integra o discurso preliminar de sua obra, reforça a importância que Rivail atribuía às ideias de Pestalozzi. O livro inicia com uma apresentação feita pelo próprio Rivail, cujo objetivo é expor o método de Pestalozzi e orientar o leitor sobre a melhor forma de utilizar a obra, essa apresentação abrange 27 páginas. A capacidade de observação, como algo essencial para a aprendizagem, é o primeiro preceito que Rivail ressalta, considerando-o inato: “a criança nasce observadora”, sendo necessário, então, “aproveitar esse instinto natural para voltar sua atenção para objetos que possam interessá-la” (Rivail, 1824, p. vii-viii). Ele discute a atitude do professor, que precisa despir-se de suas vaidades e “descer até o aluno”, de forma a entrar na esfera da criança. A atenção que o aluno irá depositar nas atividades, segundo ele, dependerá do interesse que o professor conseguir despertar na criança.

As ideias fundamentais de Pestalozzi estão sumarizadas nos seguintes princípios gerais:

1º cultivar o espírito natural de observação das crianças, voltando sua atenção para os objetos que as cercam; 2º cultivar a inteligência, seguindo uma caminhada que coloca o estudante em um estado de predisposição para descobrir por si mesmo as regras; 3º proceder, sempre, do conhecido para o desconhecido, do simples para o composto; 4º evitar qualquer mecanicismo, fazendo-as conhecer a razão de tudo o que fazem; 5º fazer com que toquem com o dedo e com o olho todas as verdades. Este princípio constitui, de certa forma, a base material deste curso de aritmética; 6º não confiar na memória, mas apenas no que terá sido apreendido pela inteligência (Rivail, 1824, p. xii-xiii).

Ele explica, em nota de rodapé, que o princípio do método de Pestalozzi é a intuição. Contudo, a marcha que ele seguiu em seu livro é uma combinação de seu próprio método com o do mestre suíço – “[...] fazendo com que a abstração suceda à intuição” – com o fim de o aplicar à aritmética (Rivail, 1824, p. xiii). Segundo ele, as crianças não atribuem significado aos números quando estes são apenas pronunciados como palavras ou nomes. Os numerais só ganham sentido para elas quando “falamos aos seus olhos” (Rivail, 1824, p. xiv), isto é, usamos objetos concretos no ensino. Para isso, ele recomenda o emprego de materiais variados e menciona, ao ensejo, uma espécie de ábaco, que, segundo diz, teria sido inventado por Phiquepal² para substituir os quadros ou tabelas de Pestalozzi.

Ao explicar em que consiste sua obra, Rivail afirma que a primeira parte é dedicada aos exercícios mais elementares e que os alunos devem se treinar nas operações com os números no aritmômetro (ábaco), não para ensinar regras, mas para exercitar sua inteligência e memória. Para ele, um princípio fundamental de seu método é o aluno descobrir as regras por si próprio, assim como ocorreu com a humanidade (Rivail, 1824).

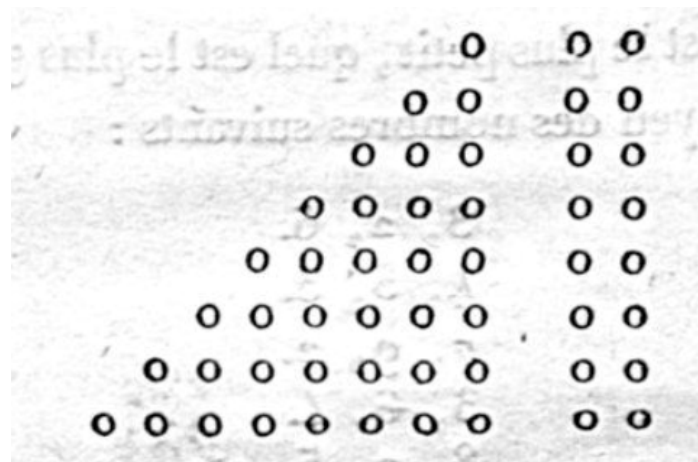
USO DO ARITMÔMETRO E OUTROS MATERIAIS

No livro, não há nenhuma representação do aritmômetro, mas, pela descrição, entende-se que se trata de um ábaco, contendo as fileiras de arames com 10 bolas cada uma. As primeiras lições seriam feitas no ábaco por meio de repetições do tipo: 1 bola e 1 bola são duas bolas, 2 bolas e uma bola são 3 bolas, e assim por diante. Os alunos deveriam se revezar no manuseio do aritmômetro e, às vezes, substituir o instrutor formulando perguntas. Na sequência, Rivail apresentou a ideia de comparação entre os números: qual é o maior, e o menor, entre os números dados. Na terceira lição, a ilustração da disposição das bolas no aritmômetro está apresentada na Figura 1, a fim de explicar que: 1 bola e 2 bolas são 3 bolas; 2 bolas e 2 bolas são 4 bolas, e assim por diante.

2 Willian S. Phiquepal (1779-1855) foi o primeiro a trazer o ábaco da França para os Estados Unidos e a usá-lo para ensinar crianças pequenas em New Harmony, Indiana, na década de 1820 (Kidwell, 2017). Provavelmente, Rivail pensava que era uma invenção de Phiquepal. Todavia, Freiman e Volkov (2019) esclarecem que o instrumento era o ábaco russo, que começava a ser usado na Europa por influência de Pestalozzi e o seu apelo a visualização.



Figura 1 – Disposição das bolas no Aritmômetro



Fonte: Rivail (1824, p. 6).

O autor apresentou muitas perguntas, as quais, para serem respondidas, exigia que os alunos manuseassem as bolas no aritmômetro. Um exemplo dessas questões é o seguinte: “Eu li ontem 6 páginas, hoje 3; quantas eu li?” (Rivail, 1824, p. 6). Para manter o interesse dos alunos, ele sugeriu substituir a palavra bolas por outra, que poderia corresponder a uma fruta ou a outro objeto qualquer. Isso traria, para o aluno, a vantagem de começar a entender que, ao trabalhar com as bolas, ele poderia imaginar, no lugar delas, qualquer outro objeto. Os exercícios variados que apresenta empregam números até 20 e há muitas e diferentes sugestões para o uso do aritmômetro. Algumas aparecem no Quadro 3.

Quadro 3 – Exemplos de uso do aritmômetro

quantidade	Os alunos se revezam, colocando no aritmômetro o número que lhes é dito (p. 3).
adição	Representar, por meio de dois números, uma soma que dê resultado 5, depois 6, depois 7, 8, 9, 10 (p. 12)
igualdade	Colocamos dois números desiguais no aritmômetro e perguntamos quanto adicionar ao menor para torná-los iguais, ou quanto subtrair dos maiores para estabelecer essa igualdade da mesma forma (p. 19)
subtração	Eu compro, de um comerciante, algo que me custa 14 centavos; dou a ele uma moeda de 10 centavos. Quanto mais devo dar a ele? (p. 22)
divisão	Colocamos os números 2, 4, 6, 8 e 10 no aritmômetro. O aluno é instruído a dividi-los em duas partes: partes iguais, ou ficar com metade. — Qual é a metade de 2, 4, 6, 8, 10? (p. 40)
divisão	Colocamos os números 3, 6 e 9 no aritmômetro. A criança é instruída a dividir esses números em três partes iguais (p. 42)

Fonte: dados trabalhados pelos autores.

Finalmente, ele sugeriu que tudo que foi feito inicialmente no aritmômetro, posteriormente, fosse feito com cálculo mental. Para introduzir os números pares e ímpares, ele propôs o uso de objetos móveis da seguinte maneira: toma-se uma certa quantidade e divide-se essa quantidade em duas partes iguais. Contam-se os objetos de cada parte: se as duas partes forem iguais, temos um número par; se sobrar um objeto, o número é ímpar. A operação de multiplicação mediante adições sucessivas – que deve ser objeto de várias atividades – ajudará na construção da tabuada da multiplicação; com as subtrações sucessivas, o aprendizado da divisão. A ideia de metade, terça e quarta parte é introduzida no aritmômetro, mas ele sugeria também moedas.

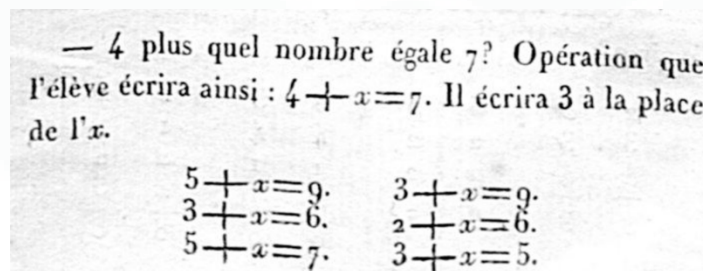




Entre os materiais cujo uso é sugerido pelo autor para despertar nos alunos interesse pela atividade, estão as fichas ou cartões de diferentes cores. Nessas fichas ou cartões devem estar representados, por meio de riscos, os valores das moedas, mas ainda não devem aparecer os dígitos de 1 a 9, sugeridos, que visam despertar o interesse dos alunos, estão as fichas ou cartões de diferentes cores. Além das fichas, ele propõe também o uso de moedas nos exercícios e ilustra com o seguinte exemplo: Quero comprar algo que custa 13 centavos, como posso pagar isso com as moedas de 2, 5 e 10 centavos? Exercícios semelhantes envolvendo 3 ou mais números são apresentados, tanto em questões aditivas quanto subtrativas. E mais, ao usar fichas, a recomendação é que elas sejam alinhadas como no aritmômetro: em uma linha, dez moedas, na outra, mais dez moedas. As fichas ou cartões coloridos devem ser usados mediante observância do valor convencional para cada cor, sendo que uma dada cor representará as unidades; outra cor, as dezenas e uma terceira cor, as centenas. Para representar um determinado número – por exemplo, 876 – o aluno deve usar 8 fichas na cor das centenas, 7 fichas na cor das dezenas e 6 fichas na cor das unidades. Na ausência de fichas para todos os alunos, o autor sugere desenhar pontos no quadro-negro na ordem em eles são colocados, ou usar a tabela das unidades, que está no final do livro.

Algo bem inusitado é a introdução do símbolo x para representar um número desconhecido num cálculo (conforme a Figura 2).

Figura 2 – número qualquer ou desconhecido representado por x



Fonte: Rivail (1824, p. 73).

CÁLCULO MENTAL

Ao explicar como usar sua obra, Rivail deixa evidente que o primeiro volume (aquele que estamos analisando) é destinado ao professor e, por isso, traz sugestões de como ensinar. A abordagem apoia-se fundamentalmente no cálculo mental, porém é somente no segundo volume que trabalhará a aritmética propriamente dita.

O volume 1 pode ser entendido como um curso preparatório à aritmética, de acordo com o próprio autor, conforme pode ser observado no fragmento abaixo:

Este curso é de certa forma um curso preparatório: não há fórmulas aritméticas incluídas; todas as operações são feitas por raciocínio, e a maior parte da cabeça. Os muitos exercícios que ele contém pendente a meta que estabeleci para mim, que é fazer justiça ao julgamento (Rivail, 1824, p. xvii).

Segundo ele, depois de o aritmômetro e outros objetos congêneres terem sido muito utilizados, faz-se necessário exercitar o cálculo mental por meio de repetições; o instrutor deve propor questões para a criança resolver sem ajuda dos dedos ou dígitos. Para isso, devem ser propostas variadas tarefas, as quais aparecem sumarizadas no Quadro 4.



Quadro 4 – tarefas de cálculo mental no campo aditivo

Quantos são $5+6+8+7+4$?
O que preciso ajuntar a 7 para ter 10?
Dar dois números cuja soma seja 12.
Eu pensei em dois números cuja soma é 30, um deles 13, qual é o outro?
Um homem fez uma viagem que durou três dias; no primeiro dia ele fez 7 léguas, no segundo 10, e no terceiro 13; quanto é isso tudo?
Se um trabalhador faz 3 braças por dia, quanto será que 4 trabalhadores conseguirão fazer isso em 4 dias?

Fonte: Extraído de Rivail (1824, p. 63- 67).

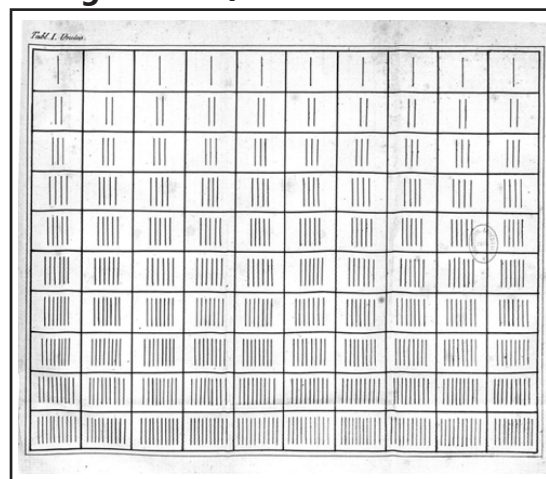
Para a operação de multiplicação, ele sugere que o aluno se exercite com cálculo mental, argumentando que a multiplicação é facilitada pela decomposição dos números e deve ser aplicada aqui. Por exemplo: para multiplicar 2×96 , ele dirá, $2 \times 80 = 160$ e $2 \times 16 = 32$ e assim, $160 + 32 = 192$.

O autor aconselha ao professor acostumar o aluno a colocar ordem nos seus cálculos, fazendo primeiro um cálculo mental e depois por escrito.

USO DOS QUADROS DE PESTALOZZI

Os quadros de unidades e de frações de Pestalozzi estão no apêndice, no final do livro de Rivail, que não deu muita ênfase a esses quadros por acreditar que o aritmômetro substituíra as tabelas propostas por Pestalozzi. Não obstante isso, afirmou que, ao iniciar a operação de multiplicação, se o professor não dispuser de moedas (jetons) para todos os alunos, poderá desenhar pontos no quadro ou usar o quadro de unidades que aparece no final do livro (Rivail, 1824, p. 31). A formação dos números é introduzida a partir da página 69, que é quando o autor justifica a razão de, só nesse momento, apresentar os dígitos aos alunos. Segundo ele, foram as atividades e os exercícios preparatórios desenvolvidos até então que propiciaram aos alunos as condições para entenderem como funciona o sistema de numeração. Dito isso, faz uma breve digressão histórica, mostrando o surgimento dos números arábicos e romanos, como se os alunos ainda nada soubessem sobre os números. Na sequência, estabeleceu uma associação entre a primeira coluna da Figura 3 e a Figura 4, em que os traços foram substituídos por dígitos.

Figura 3 – Quadro das unidades

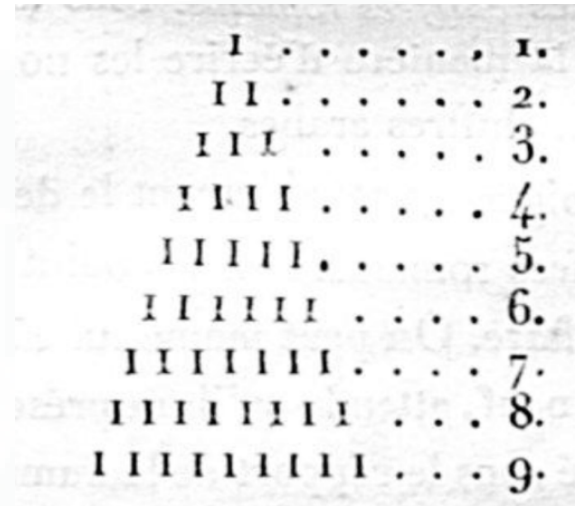


Fonte: Rivail, 1824, s/p.





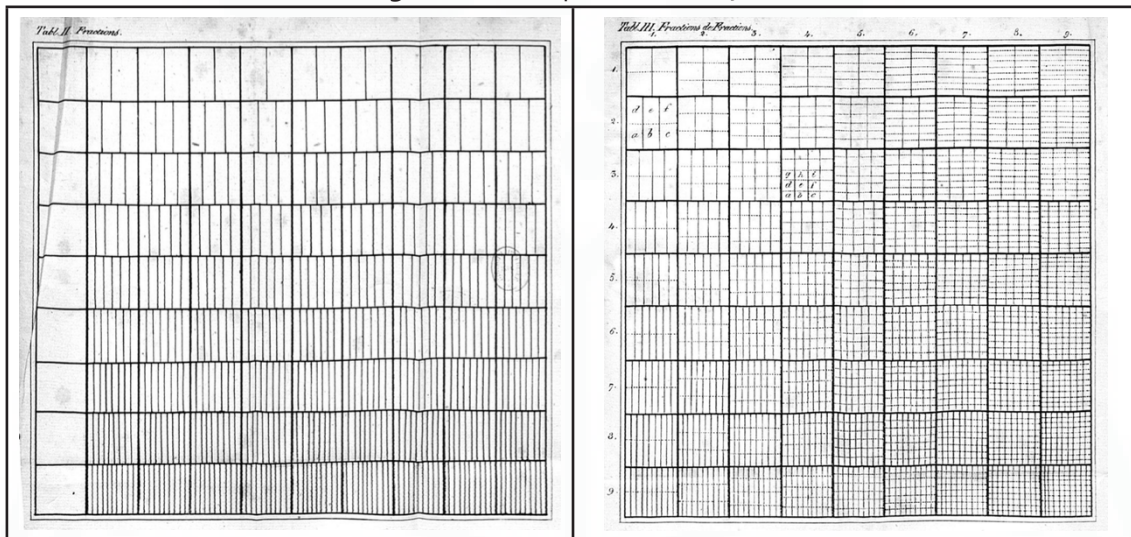
Figura 4 – introdução dos dígitos de 1 a 9



Fonte: Rivail (1824, p. 72).

Quase não há sugestões de uso das tábuas das unidades de Pestalozzi. Em contrapartida, entretanto, Rivail dedica aos quadros das frações bastante atenção. As frações foram introduzidas na primeira parte do livro de maneira muito intuitiva – fracionando objetos ou frutas – por meio de exercícios de cálculo mental. Na segunda parte do livro, ele sugere o uso do quadro de frações de Pestalozzi, explicando como usar: “A segunda linha horizontal³ mostra os inteiros partidos em metades; a terceira, em terços; e assim por diante; nós faremos comparações assim como fazemos com os cartões” (Rivail, 1824, p. 53).

Figura 5 – dois quadros de frações



Fonte: Rivail (1824, s/p).

Numa explicação mais detalhada sobre o uso dos quadros (Figura 5), ele descreve o objetivo de cada um:

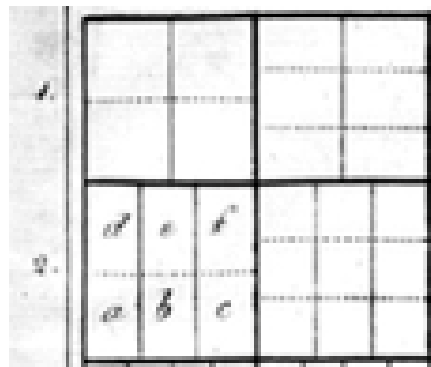
O primeiro quadro consiste em uma série de quadrados, que consideramos como muitas unidades ou inteiros; na segunda linha horizontal, eles são divididos em metades; no terceiro em terços; no quarto em quartos, etc. Serve para demonstrar a formação de inteiros por frações ou a sua redução em inteiros (Rivail, 1824, p. 128).

³ O desenho no apêndice e a descrição não correspondem, uma vez que a unidade ou inteiro está representada na primeira coluna e, na primeira linha, estão as metades.



Ele apresenta um exemplo nada trivial, qual seja: “Um inteiro contém cinco quintos; 7 inteiros conterão 7 vezes mais; 7 vezes 5 é 35, mais 4 quintos, ou seja, 39 quintos” (Rivail, 1824, p. 128). Ele também demonstra que 50 sextos fazem 8 inteiros 2 sextos. O segundo quadro (à direita da Figura 5) objetiva demonstrar a formação de frações de frações. Ele exemplifica: “É neste quadro que o estudante demonstra que a sétima parte de um nono é um sexagésimo terceiro, e que ele está se preparando para a multiplicação de frações” (Rivail, 1824, p. 128). E para facilitar a leitura do quadro 3, ele utiliza dois números: o primeiro indica a linha horizontal e o segundo, a coluna vertical. Por exemplo: Se dividirmos cada terço de um inteiro em duas partes iguais, quantas partes teremos? O símbolo (c.2,1) indica onde olhar no quadro, conforme a Figura 6.

Figura 6 – produto de $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$



Fonte: Rivail (1824, p. 146).

A resposta pode ser visualizada na Figura 1, extrato do Quadro 3, de Rivail, que mostra o produto de de , cujo resultado é um sexto ().

CONCLUSÕES

A Aritmética de Rivail, assim como aquelas de Chavannes, Schmid e Coulburn, mostra indícios de que propostas pedagógicas difundem-se além do espaço nacional, quebram fronteiras e são apropriadas segundo as interpretações de agentes culturais, que as divulgam. Os livros escolares, excelentes meios de proliferação de novas ideias, não se limitam a uma importação direta: eles as ampliam, abrem horizontes e mantêm uma dinâmica que agiliza a proliferação de ideias transnacionais. A pedagogia de Pestalozzi não se restringiu à Suíça, rapidamente, surgiram discípulos que, em poucos anos após as primeiras divulgações da *Anschauungunterricht*, transportaram-na para a França, Alemanha, Estados Unidos e outros países que não foram analisados neste estudo. A Aritmética de Rivail foi escolhida para análise porque quase não há estudos a seu respeito, além do que seu autor, anos depois, tornou-se conhecido internacionalmente ao propor uma nova doutrina – o espiritismo. O método intuitivo de Pestalozzi é seguido por Rivail, embora ele o tenha modificado. As apropriações feitas por Rivail do método intuitivo de Pestalozzi são em alguns pontos semelhantes às daquelas de Chavannes, Schmid e Coulburn, começando com a observação, o uso dos sentidos, o emprego de meios auxiliares para ensinar a aritmética como o uso dos quadros de unidades e de frações, os dedos e outros objetos que estimulem a curiosidade e a descoberta pelas crianças.

Concluiu-se que o método que Rivail seguiu foi apoiado fortemente na percepção visual da criança, estimulando a observação e a descoberta do número pela criança. Para a introdução dos números, fomentou a visualização, usando desenhos, quadros de unidades, o aritmômetro, objetos





concretos como as representações em papel ou fichas de moedas. Partiu do conhecido para o desconhecido, não apresentou definições formais para introduzir os conceitos de número e operações numéricas e evitou o mecanicismo nas resoluções das tarefas.

A aritmética de Rivail é um exemplo de manual escolar que veicula uma proposta pedagógica originária de um espaço cultural que é divulgada em outro contexto, quebrando fronteiras e com apropriações próprias do agente cultural que a divulgou. Há fortes indícios de que ele enfatizou muito mais o uso do aritmômetro do que o dos quadros de unidades e frações propostos por Pestalozzi. Aliás, pode-se dizer que ele, praticamente, substituiu o quadro das unidades pelo aritmômetro. Além disso, ele estimulou o cálculo mental, paralelamente ao uso do aritmômetro.

Toda escolha é uma renúncia. Ao tomarmos o personagem Rivail e sua aritmética como foco investigativo, naturalmente afastamo-nos de outras questões interessantes que poderíamos ter analisado tais como: divulgação das ideias de Rivail sobre aritmética na França, circulação da obra na França à época de sua publicação, seguidores da aritmética de Rivail na França, comparação da aritmética de Tate (Inglaterra) com a de Rivail (França), entre outras temáticas interessantes e ainda não pesquisadas. Contudo, a escolha feita propiciou um conhecimento e entendimento amplo da aritmética de Rivail naquela época e sua influência na matemática até os dias atuais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA; Antonio Marques. **Arithmética como descrição do real** (1519-1679). Lisboa: Imprensa Nacional, 1993.

BJARNADÓTTIR, Kristin. History of Teaching Arithmetic. In Alexander Karp e Gert Schubring. **Handbook on the History of Mathematics Education**. New York, Heidelberg, Dordrecht, London: Springer, p. 442-458, 2014.

BRETTAS, Anderson Claytom Ferreira. **Hippolyte Leon Denizard Rivail, ou Allan Kardec: um professor pestalozziano na França do tempo das revoluções**. 218 p. Tese. Programa de Pós-graduação em Educação. Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, Minas Gerais, 2012.

CHAVANNES, Daniel-Alexandre. **Exposé de la méthode élémentaire de H. Pestalozzi**, suivi d' une notice sur les travaux de cet homme célèbre, son Institut et ses principaux collaborateurs. A. Vevey: Imprimerie de Loertscher et Fils, 1805.

CHOPPIN, Alain. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte**. Estudo e Pesquisa. São Paulo, v. 30. n. 3, p. 549-566, set/dez 2004.

COSTA, Analides Flavia C. **A educação pública escolar em Hippolyte Léon Denizard Rivail (1828 e 1847)**. 166p. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Cascável, Paraná, 2022.

COLBURN, Warren. **First lessons in arithmetic on the plan of Pestalozzi**. Boston: Published by Cummings, 1823.

CSIZMAR, Priscila Farias. **Fenômeno cultural do misticismo: estudando as aproximações entre eletromagnetismo e o espiritismo do século XIX**. 87 p. Programa de Pós-Graduação em Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2023.



ELLERTON, Nerida; VAIYAVUTJAMAI, Pongchawee; CLEMENTS, M. A (Ken). Reiventing the Wheel: Historical Perspectives on the Theories for Interpreting Discourse patterns in Mathematics Classrooms. **Mathematics, Education, History** – Mathematical Education Research Group of Australia, 2012.

FONTAINE, Alexander. Pedagogia como transferência cultural no espaço franco-suíço: mediadores e reinterpretções de conhecimento (1850-1900). **História da Educação**. v.18, n. 42, jan./abr., p. 187-207, 2014.

KARDEC, Allan. **Obras póstumas**. Tradução de Guillon Ribeiro da 1ª edição Francesa de 1890. 41. ed. Brasília: FEB, 2019.

KIDWELL, Peggy Aldrich. Ideals embodied: models of mathematical instruments in the United States, 1820-1950. In: Samule Gessner, Dominique Tournés, Ulf Hashagen. Mathematical instruments between material artifacts and ideal machines: their scientific and social role before 1950. **Oberwolfach Reports**, p. 3482-3484, 2017.

MATOS, José Manuel. Constituição de um saber matemático: a Arithmética no Portugal da Primeira metade de quinhentos. **Revista Brasileira de História da Matemática**, São Paulo, v. 6, n. 12, p. 139-163, 2016. DOI: 10.47976/RBHM2006v6n12139-163. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/208>. Acesso em: 5 ago. 2024.

OLIVEIRA, Marcus Adenilson. Pedagogia intuitiva da escola elementar de Pestalozzi: como se ensinava aritmética. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 39, 2017, p. 1005-1031.

PESTALOZZI, Johann Henrich. **How Gertrude teaches her children**. Londons: Swan Sonnenschein & Co., 1894.

RIVAIL, Hippolite. **Cours Pratique et Théorique de Arithmétique, d' après la méthode de Pestalozzi**. Paris: Chez Pillet Ainé, 1824.

SCHMID, Joseph. **Die Elemente der Zahl als Fundament der algebra nach pestalozzischen Grundsätzen**. Heidelberg: Mohr und Zimmer, 1810.

SAUSSE, Henri. **Biografia de Allan Kardec**. Tradução de Evandro Noleto Bezerra. Rio de Janeiro: Federação Espírita Brasileira, 2012.

SILVA, Circe Mary Silva. Transferências e apropriações de saberes: Friedrich Bieri e a matemática para o ensino primário. **História da Educação**. v.19, p.43 – 66, 2015a.

SILVA, Circe Mary Silva. Livro aberto: uma análise histórica. **Revista Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, p. 378-395, 2015b.

TATE, Thomas. **Exercices in Arithmetic for Elementary Schools after the method of Pestalozzi**. London: John Parker, West Strand, 1844.

TILLICH, Ernst. **Allgemeines Lehrbuch der Arithmetik oder Anleitung zur Rechenkunst für Jedermann**. Leipzig: Heinrich Gräff, 1806.

