ISSN: 1984-7114

UM TRABALHO DE SIMULAÇÃO DE OPERAÇÕES BANCÁRIAS NUM CENÁRIO INVESTIGATIVO COM ALUNOS DOS ANOS INICIAIS

A BANKING OPERATIONS SIMULATION IN AN INVESTIGATIVE SCENARIO WITH STUDENTS IN THE EARLY YEARS

UN TRABAJO DE SIMULACIÓN DE OPERACIONES BANCARIAS EN UN ESCENARIO INVESTIGATIVO CON ESTUDIANTES DE LOS AÑOS INICIALES

Fábio Alexandre Borges[1]

Eliane Siviero da Silva[2]

[1]*Doutor em Educação para a Ciência e a Matemática UEM. Docente na Faculdade Estadual de Ciências e Letras da Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão (FECILCAM) – Campo Mourão – PR – Brasil.*

[2]*Mestranda Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM) – Maringá – PR – Brasil.*

Resumo: Com o presente relato de experiência, teve-se como objetivo investigar o potencial pedagógico possibilitado pela adoção de um cenário investigativo nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em aulas de Matemática. Para isso, foram trabalhadas atividades envolvendo as quatro operações fundamentais discutidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (adição, subtração, multiplicação e divisão), por meio de simulações de transações comerciais (compras e vendas), a partir da criação de uma moeda fictícia. O trabalho foi desenvolvido durante as aulas de Matemática no período vespertino, de uma turma de 5º ano de uma escola pública localizada no município de Moreira Sales/PR, contando com a participação de 21 alunos, com idades na faixa etária de 9 e 10 anos. Foi criada uma moeda local, denominada pelos alunos de Fisgraus e adquirida inicialmente por meio de uma troca de garrafas do tipo *pet*. Também foram trabalhados três problemas envolvendo as medidas de volume mililitros (ml) e litros (l), aproveitando, com isso, o recolhimento de tais garrafas *pet*. Por fim, foi organizado em um dia uma venda de lanches, em que os alunos utilizaram as moedas adquiridas na troca das garrafas *pet* para a compra destes lanches. A partir da atividade desenvolvida, concluíu-se que o trabalho num cenário investigativo se mostrou um ambiente propício à aprendizagem, uma vez que houve o envolvimento dos alunos. Foi possível diagnosticar algumas das dificuldades apresentadas por eles com relação às quatros operações fundamentais (adição, subtração, divisão e multiplicação). Além disso, proporcionou-se um trabalho autônomo por parte dos alunos nas resoluções dos problemas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Anos Iniciais; Cenários de Investigação; Simulação de operações bancárias.

Abstract: Through this report of experience, we aimed to investigate the pedagogical potential made possible by the adoption of an investigative scenario in the Early Years of Elementary School, in mathematics classes. For this purpose, activities were conducted involving the four fundamental operations discussed in the Early Years of Elementary School (addition, subtraction, multiplication and division), through commercial transaction simulations (purchases and sales), using a fictitious currency that was specially created. The study was conducted during mathematics lessons in the afternoon period of a 5th grade group at a public school in the municipality of Moreira Sales/PR. It involved the participation of 21 students, aged between 9 and 10 years. A local currency was created, called Fisgraus by the students. The currency was initially acquired through an exchange of plastic bottles. Three problems were worked involving milliliters (ml) and liters (1) volume measures, using the collection of plastic bottles for this purpose. Finally, a one-day sale of snacks was organized, in which students used the coins acquired in exchange for plastic bottles, to buy snacks. Based on the activity developed, we conclude that the work in an investigative scenario provided an ideal learning environment, with good student involvement. It was possible to diagnose some of the difficulties presented by the students with respect to the four fundamental operations (addition, subtraction, division and multiplication). In addition, it enabled the students to work autonomously at problem-solving.

Keywords: Mathematics Teaching; Early Years; Scenario of Investigation; Banking operation simulation.

Resumen: Con este relato de experiencia tuvimos como objetivo investigar el potencial pedagógico posible gracias a la adopción de un escenario de investigación en los primeros años de educación básica para las clases de Matemáticas. Para ello se realizaron actividades que involucraban las cuatro operaciones fundamentales trabajadas en los años de la educación básica inicial (suma, resta, multiplicación y división), a través de simulaciones de transacciones comerciales (compras y ventas), a partir de la creación de una moneda ficticia. El estudio se realizó durante las clases de Matemáticas por la tarde, con un grupo del quinto año de una escuela pública en el municipio de Moreira Sales / PR, con la participación de 21 estudiantes con edades comprendidas entre 9 y 10 años. Fue creada una moneda local llamada por los estudiantes de Fisgraus y adquirida inicialmente a través de un intercambio de botellas de plástico. También fueron trabajados tres problemas que incluían las medidas de volumen mililitros (ml) y litros (l), aprovechando con eso la recogida de este tipo de botellas de plástico. Por último, se organizó en un día una venta de aperitivos, en el que los estudiantes utilizaron las monedas adquiridas a cambio de botellas de plástico para la compra de estos bocadillos. A partir de la actividad realizada, concluimos que el trabajo en un escenario investigativo se mostró un ambiente propicio para el aprendizaje, ya que fue fundamental la participación de los estudiantes. Fue posible diagnosticar algunas de las dificultades que presentaban con respecto a las cuatro operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división). Además, se proporcionó un trabajo autónomo por parte de los alumnos en la resolución de los problemas.

Palabras clave: Enseñanza de Matemáticas; Años iniciales; Escenarios de Investigación; Simulación de operaciones bancarias.

INTRODUÇÃO

A criança, ao ingressar na escola, traz consigo conhecimentos já adquiridos no seu dia a dia pelas brincadeiras, conversas e outras situações, os quais envolvem noções de somar, multiplicar, subtrair ou dividir. Já na escola, esses conhecimentos são sistematizados por meio de algoritmos, contendo símbolos e nomes específicos que podem causar dificuldades de compreensão, pois não é algo tão familiar à criança como os conhecimentos prévios já obtidos. Autores como Nogueira, Bellini e Pavanello (2013), Muniz (2009), Nacarato, Mengali e Passos (2009) e Serrazina (2014) tratam dessas dificuldades enfrentadas pelos estudantes dos Anos Iniciais com relação às quatros operações fundamentais (adição, subtração, divisão e multiplicação) e à importância do desenvolvimento de um trabalho docente que busque superar essas dificuldades, ou amenizá-las por meio de estratégias e encaminhamentos que auxiliem na prática em sala de aula.

Pensando nisso, o presente trabalho teve como problema de pesquisa investigar que possibilidades são criadas quando simulações de transações comerciais são criadas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em ambientes de aprendizagem pautados em cenários de investigação.

Sobre os conhecimentos adquiridos pelos estudantes, os quais são anteriores aos conhecimentos escolares, Nogueira, Bellini e Pavanello (2013) salientam que "as noções elementares das diversas operações estão presentes no cotidiano das crianças. As noções de juntar e dividir, por exemplo, que estão associadas respectivamente às operações de adição e divisão, são conhecidas pelas crianças antes mesmo de chegarem à escola" (p.95).

Serrazina (2014) aponta alguns desses exemplos de situações fora de sala de aula com as quais os alunos se deparam com situações quantitativas:

> Por exemplo, as cartas que cada um recebeu num determinado jogo, os andares do prédio que moram, os anos do irmão mais novo, os ingredientes necessários para fazer o bolo do seu aniversário, o bolo de anos que tem de ser dividido igualmente por todos os presentes de modo que cada um fique com a mesma quantidade, a altura da torre que construíram com material de encaixe, os puzzles que conseguem fazer, os jogos de rua que realizam, os trajetos que conseguem seguir, etc (SERRAZINA, 2014, p.11).

Dessas situações decorrem alguns conhecimentos, que podem ser úteis posteriormente na sala de aula e, nesse contexto, são chamados de conhecimentos prévios. Segundo Nogueira, Bellini e Pavanello (2013), esses conhecimentos prévios devem ser considerados para o aprendizado das operações, e o professor deverá aproveitar desses conhecimentos e sistematizá-los de maneira a proporcionar a construção do pensamento matemático.

As quatro operações fundamentais - adição, subtração, multiplicação e divisão - apresentam-se como dificuldades de ensino nos Anos Iniciais quando são "algoritmizadas". Apesar de os alunos já terem noções dessas operações, como descrito anteriormente, esses conhecimentos foram adquiridos sem formalizações características do ensino de Matemática, e a dificuldade está na compreensão dos algoritmos e como utilizá-los (NOGUEIRA; BELLINI; PAVANELLO, 2013). Essa não compreensão pode gerar um "falso aprendizado", conforme Nogueira, Bellini e Pavanello (2013):

> Quando nos deparamos com um algoritmo em nosso cotidiano, é comum, nas primeiras tentativas de utilizá-lo, precisarmos de ajuda. Mais ainda, se não compreendermos o seu funcionamento, sua utilização será mecânica, limitando-se a seguir instruções, sem nenhuma autonomia, como no preenchimento do formulário do Imposto de renda. De forma similar, quem não dispõe de boas estratégias de cálculo passa por dificuldades em inúmeras situações do dia a dia, que exigem autonomia de decisões sobre "que cálculo fazer" e não apenas em "como fazê-lo". (NOGUEIRA; BELLINI; PAVANELLO, 2013, p.96).

É comum, diante de um problema apresentado aos alunos, eles questionarem qual conta deve ser feita. Várias são as razões pelas quais os alunos não conseguem identificar as operações matemáticas nos problemas propostos, tais como as expostas por Muniz (2009, p.101-102): dificuldades quanto à interpretação do texto presente nos enunciados; ensino de operações sem articulação entre as mesmas; falta de significação pelo aluno durante a aplicação das operações; ausência de autonomia do aluno para a realização das operações; palavras presentes nos enunciados as quais conduzem a determinada operação aritmética, etc.

Muniz (2009) destaca um dos fatores de dificuldade na resolução de problemas: "a escola trabalha em cada operação aritmética um, e tão somente um, conceito entre as muitas ações que cada operação suscita". Com isso, acaba por produzir um fenômeno denominado "reducionismo conceitual" (p.102). Costuma-se associar cada operação a uma única dimensão conceitual como se fosse uma palavra-chave que indicasse a operação que se está pedindo no exercício. Como um exemplo de tal ideia, "toda vez que numa situação fala-se 'juntos' a resolução deve ser por meio da adição e, reciprocamente, ao tratarmos da operação de adição, esta se aplica necessariamente ao contexto de juntar" (MUNIZ, 2009, p.102).

A ocorrência desse fato acaba por despreparar o aluno para situações diferentes das apresentadas em sala de aula e, ao se defrontar com essas situações, pode não conseguir identificar qual o procedimento operatório a ser utilizado (MUNIZ, 2009). Muniz (2009) complementa dizendo que "cada operação pode implicar mais de um conceito, e que cada ação operatória mobilizada depende necessariamente da situação, do contexto" (p.103).

Para Serrazina (2014), no estudo das operações fundamentais, deve-se levar em consideração como elas estão relacionadas com as situações reais, desde a sua introdução, preocupando-se em trabalhar com problemas contextualizados de modo que os alunos as compreendam, e que "é através da resolução de problemas em contextos diversos que [os alunos] vão construindo os diferentes sentidos para as operações, mas também a forma como as diferentes operações afetam os números" (p.13).

Segundo Nogueira, Bellini e Pavanello (2013):

> É importante que antes da solução de cada algoritmo, as crianças apresentem estimativas para seus resultados. Além disso, devem ser solicitadas a explicitarem seu raciocínio e a justificarem sua solução. Ao adotar estas atitudes o professor as habitua a agirem criticamente em relação aos cálculos e, mais do que isto, contribui para o desenvolvimento da autonomia da criança [...] (NOGUEIRA; BELLINI; PAVANELLO, 2013, p.97).

Para o trabalho com os alunos, o professor tem a opção de utilizar os diferentes instrumentos e materiais para alcançar seu objetivo. Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, há várias possibilidades de trabalho com o uso de materiais manipuláveis, como o material dourado, o ábaco, o uso de jogos envolvendo as quatro operações, entre outros, competindo ao professor utilizar ou não nas suas aulas, sempre voltados para o objetivo de ensinar Matemática por meio destes materiais.

Para Rodrigues e Gazire (2012):

> Os materiais didáticos manipuláveis (MD) constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Estes materiais podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulável (RODRIGUES; GAZIRE, 2012, p.188).

Entretanto, "o professor nem sempre tem clareza das razões fundamentais pelas quais os materiais ou jogos são importantes para o ensino e a aprendizagem da Matemática e, normalmente, não questiona se estes realmente são necessários, e em que momentos devem ser usados" (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p.1). Para

Fiorentini e Miorim (1990), é necessário que haja uma reflexão antes da utilização de um material, sobre "a nossa proposta político-pedagógica, sobre o papel histórico da escola, sobre o tipo de sociedade que queremos, sobre o tipo de aluno que queremos formar, sobre qual matemática acreditamos ser importante para esse aluno" (p.06). Para eles, o importante é que o aluno aprenda de modo significativo, desenvolvendo atividades nas quais ele raciocine, compreenda, elabore e reelabore seu conhecimento, sendo que o uso de materiais manipuláveis pode contribuir para que isso ocorra.

CENÁRIOS DE INVESTIGAÇÃO

Para o desenvolvimento de qualquer atividade, é necessário que se tenha um ambiente propício à aprendizagem. Skovsmose (2008), em sua obra "Cenários para investigação", propõe a abordagem de investigação para o trabalho com a Matemática em sala de aula, que se contrapõe ao que ele denomina de paradigma do exercício, em que o professor expõe o conteúdo, ensinando técnicas de resolução e, em seguida, os alunos trabalham na resolução de exercícios já selecionados, que conduzem à repetição do processo ensinado pelo professor.

O paradigma do exercício está baseado na educação tradicional, em que o professor é o principal responsável pelos processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula, os conteúdos são aprendidos pela memorização do uso das técnicas ensinadas pelo professor, e os alunos as reproduzem em exercícios de fixação. Neste paradigma, a ideia central é de que existe somente uma resposta correta (SKOVSMOSE, 2008).

Já na abordagem investigativa, é possível tomar diferenciados encaminhamentos. Nela, os alunos têm a oportunidade de desenvolverem suas próprias estratégias para a resolução de um problema, sem a utilização de "roteiros" já estabelecidos para as resoluções (SKOVSMOSE, 2008). Para Skovsmose (2008), uma abordagem investigativa está relacionada com a educação matemática crítica, no desenvolvimento da capacidade de "interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela Matemática" (p.16).

O autor define ainda como cenário para investigação "um ambiente que pode dar suporte a um trabalho investigativo" (SKOVSMOSE, 2008, p.17). Nele, os alunos são os principais responsáveis pelo processo de investigação, e o professor perde o *status* de único detentor do conhecimento, cabendo a ele o papel de mediador, de

ISSN: 1984-7114

orientar os alunos por meio de questionamentos que façam os alunos refletirem sobre suas descobertas, gerando discussões entre eles.

No processo investigativo, existem diferentes caminhos e estratégias a serem tomadas e diferentes conclusões a se chegar, com os passos se aproximando de uma descoberta. Ao investigarem nas aulas de Matemática, os alunos não têm em mente onde deverão chegar, sendo o conhecimento construído durante a investigação (SKOVSMOSE, 2008). Um cenário investigativo também é caracterizado pelo convite do professor aos alunos a formularem questões e procurarem explicações. Os alunos podem aceitar ou não esse convite, sendo que o cenário investigativo somente se configura quando do aceite por parte dos estudantes (SKOVSMOSE, 2008).

Sobre este aceite ao convite, Skovsmose (2008) aponta que:

> O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2008, p.21).

Skovsmose (2008) diferencia as práticas de sala de aula baseadas num cenário investigativo, das práticas baseadas no paradigma do exercício, sendo que esta distinção se relaciona às “referências que visam levar os estudantes a produzir significados para atividades e conceitos matemáticos” (p. 22). Em suas palavras:

> Diferentes tipos de referências são possíveis. Primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente a ela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade – não se trata de uma realidade que “de fato” observamos, mas de uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de matemática. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar tarefas com referências a situações da vida real (SKOVSMOSE, 2008, p. 22).

A partir dessas referências, Skovsmose (2008) caracteriza e exemplifica seis tipos diferentes de ambientes de aprendizagem, sendo relacionados ao paradigma do exercício e ao paradigma da investigação, sendo que, segundo ele, o ensino de matemática deve se mover entre esses diferentes ambientes. Veja-se:

Tabela 1: *Os diferentes tipos de ambientes de aprendizagem*

Classificação dos Ambientes	Exercícios	Cenários para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)

Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte - SKOVSMOSE (2008).

Dos seis ambientes de aprendizagem descritos por Skovsmose (2008), três estão relacionados com o paradigma do exercício, cujo objetivo é chegar à solução final do exercício utilizando apenas regras e convenções da própria Matemática, e os outros três ambientes estão relacionados a um cenário investigativo, no qual os alunos são convidados a investigarem, levantando hipóteses e chegando às suas conclusões.

O primeiro ambiente é caracterizado por exercícios com referências à Matemática pura, são exercícios que utilizam apenas regras e convenções da própria Matemática, não há contextualização nem ocorre uma investigação. O segundo ambiente é caracterizado por investigações, nas quais se pode trabalhar problemas com números ou figuras geométricas sem um contexto envolvido. O terceiro ambiente é caracterizado por exercícios com referências à semi-realidade. Neste ambiente, há uma situação artificial, que possui um contexto, porém esse contexto não exige informações adicionais para a resolução do exercício, sendo que o texto já traz todos os dados necessários, o objetivo é apenas chegar à solução. O quarto ambiente também faz referências à semi-realidade. Nele os alunos são convidados a fazer explorações e explicações, podendo gerar novos questionamentos e estratégias diferenciadas. O quinto ambiente é caracterizado por exercícios contendo informações reais, porém não ocorrem investigações, e o sexto ambiente está relacionado às investigações a partir de dados reais (SKOVSMOSE, 2008).

Nacarato, Mengali e Passos (2009) acreditam que um “cenário para investigação”, descrito por Skovsmose, seja um ambiente propício para se ensinar e aprender Matemática nos Anos Iniciais. Elas concebem um ambiente de aprendizagem como “um espaço para a atividade intelectual em matemática mediada pelo diálogo e pela leitura e escrita, em que a comunicação e a produção de significados são centrais” (p.46). Este ambiente é caracterizado pelo diálogo estabelecido entre professor e alunos, em que o professor deve ouvir o que os alunos têm a dizer, conduzindo a um respeito recíproco e o compartilhamento das ideias e os saberes (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p.42).

O aluno deve ser colocado no centro do processo de ensino, não sendo apenas o professor um sujeito ativo, mas ambos devem se envolver intelectualmente na atividade, de forma que todos possam ensinar e aprender (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009). “Os processos de pensamento e as estratégias dos alunos precisam ser valorizados; o absolutismo do ‘certo ou errado’ precisa dar lugar à discussão, ao diálogo. Analisar aquilo que, a princípio, possa parecer um ‘erro’ da parte deles” (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p.43).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

O presente trabalho trata-se de uma aplicação que compôs uma pesquisa maior de Iniciação Científica[1] desenvolvida durante a Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Paraná – *Campus* de Campo Mourão.

A turma escolhida para a realização da atividade, neste caso dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, foi um 5º Ano de uma escola pública localizada no município de Moreira Sales/PR. As atividades ocorreram no período vespertino, contando com a participação de 21 alunos. A turma em questão foi sugerida pela professora regente para o desenvolvimento do trabalho, alegando ser uma turma com menos alunos, o que facilitaria o trabalho. A atividade foi realizada durante as aulas de Matemática, com um total de nove encontros com duas horas/aula geminadas para cada encontro. Para coleta de dados, foi escrito um diário de campo pela primeira autora deste texto durante os encontros e também se utilizaram os registros escritos dos alunos. A atividade, de maneira geral, consistiu em simular transações comerciais a partir da criação de uma moeda fictícia.

Como primeira tarefa, eles deveriam se reunir em grupos e escolher o nome para a moeda. Os próprios alunos escolheram os grupos a serem formados, sendo que em cada encontro foram constituídos grupos diferentes da primeira formação no primeiro dia. Além disso, alguns alunos trabalharam em duplas e outros individualmente. Como primeira reação dos alunos ao trabalho, eles demonstraram interesse e entusiasmo, formando rapidamente os grupos e já questionando quando eles receberiam a moeda e como seria seu modelo, sendo que esse interesse dos

1 A aplicação das atividades aqui relatadas foi feita pela primeira autora deste texto, sob orientação do segundo autor.

alunos pode ser caracterizado como um sinal inicial de aceitação da realização do trabalho, que é uma noção importante para Skovsmose (2008). Cada grupo pensou em alguns nomes para a moeda fictícia e escreveram no quadro para que se pudesse fazer uma votação. O nome escolhido para a moeda foi "Fisgrau".

Feito esse primeiro momento, foi feita uma fala sobre a importância da reciclagem e o impacto que isso gera no meio ambiente. Em seguida, foi explicado à turma que cada aluno iria adquirir a moeda por meio de uma troca por garrafas *pet*, que eles deveriam levar nos próximos encontros. As garrafas que fossem trazidas pelos alunos seriam doadas para uma turma dos Anos Finais do Ensino Fundamental, cujos estudantes estavam desenvolvendo um trabalho com a reciclagem de garrafas *pet*. Nos encontros seguintes, foram feitos os cálculos para saber a quantidade de Fisgraus que cada aluno receberia. No primeiro dia dos cálculos, foi entregue uma folha com o seguinte problema:

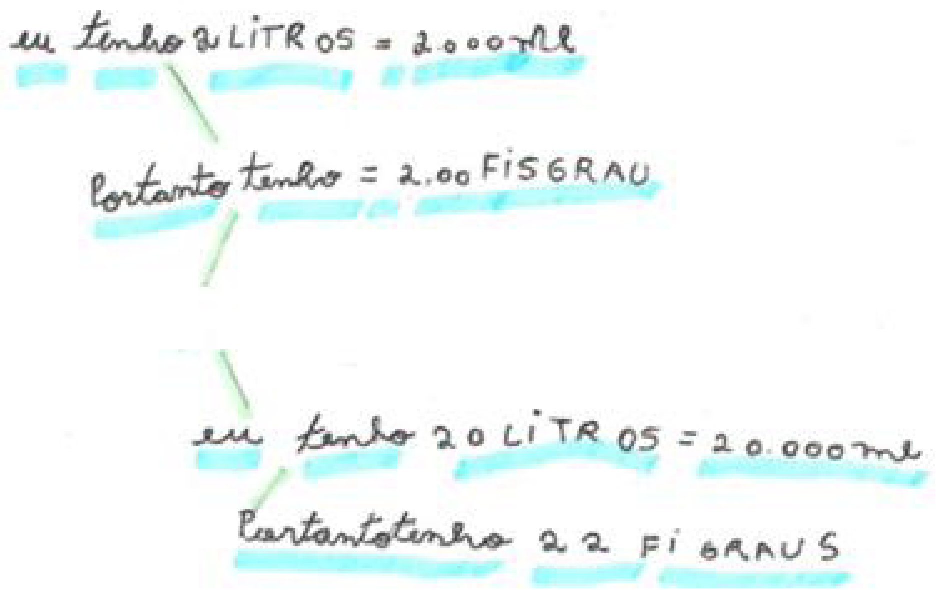
> PROBLEMA DA TROCA DAS GARRAFAS PET PELA MOEDA FISGRAU
>
> Sabendo que você ganhará F$ 1,00 para cada 1 litro que você entregar na empresa de reciclagem, quantos F$ você tem na primeira entrega?

Depois de entregue o problema, foi realizada a leitura juntamente com a turma. Aproveitou-se para questioná-los sobre quantos mililitros (ml) havia em 1 litro, já que o enunciado do problema trazia tal conceito. Os alunos responderam, em sua maioria, 1.000 ml. Em seguida, foi ilustrada uma situação para servir de exemplo sobre como eles deveriam proceder com relação aos cálculos da quantidade de moedas que conseguiriam com o total de garrafas levadas no dia: *Supondo que eu tenha 3 garrafas pet, uma de 2 litros, uma de 1 litro, e uma de 600 ml, quantos Fisgraus eu conseguiria com essa quantidade?*

Como 2 litros correspondem a 2.000 ml, e 1 litro a 1.000 ml, fazendo a soma de todos os valores obtemos: 2.000 ml + 1.000 ml + 600 ml = 3.600 ml. Questionei-os novamente, se para cada 1 litro ou 1.000 ml eu ganhar 1 Fisgrau, quantos Fisgraus conseguirei com 3.600 ml? Eles responderam que seriam 3 Fisgraus, e sobrariam 600 ml. Como com 600 ml não era possível conseguir nenhum Fisgrau, então os 600 ml restantes ficariam acumulados para a próxima troca.

Na sequência, os alunos calcularam a quantidade de Fisgraus que conseguiriam com as garrafas *pet* que eles haviam levado no dia. Alguns alunos escreveram a quantidade de garrafas, a quantidade de litros de cada garrafa e a quantidade correspondente de ml para realizarem os cálculos, conforme mostra a figura 1:

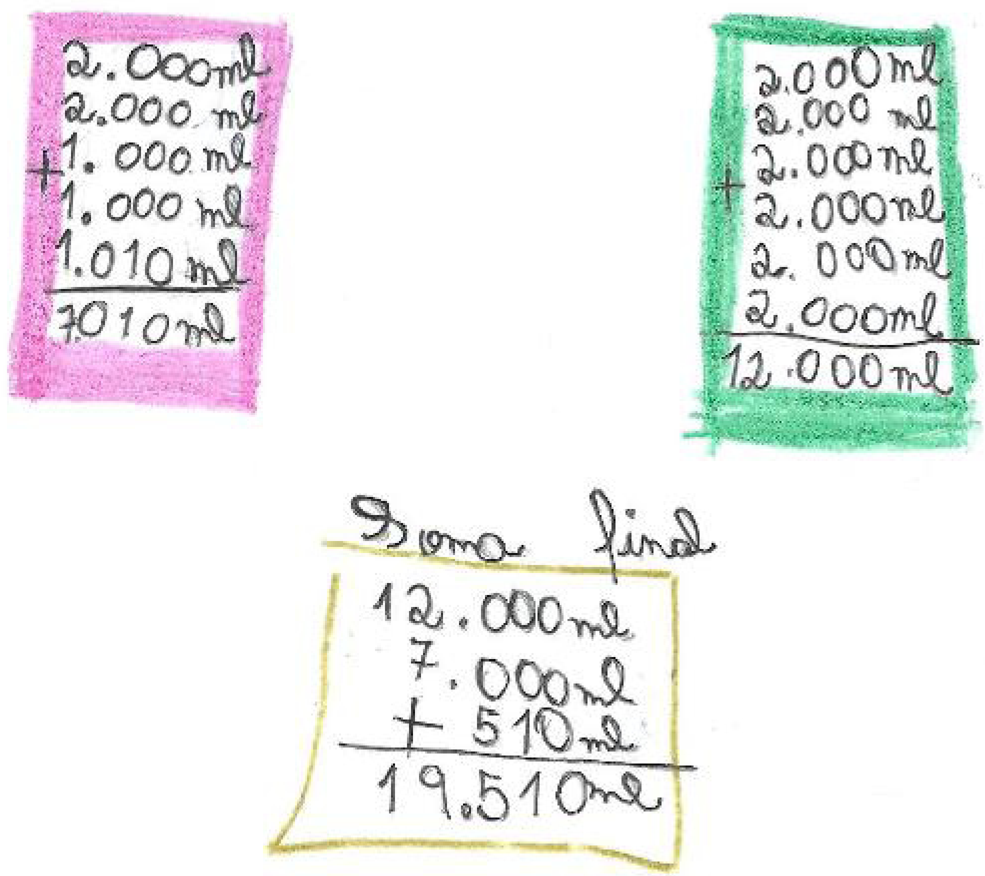
Figura 1: Exemplo 1 do cálculo do problema da troca das garrafas pet pela moeda Fisgrau.



Fonte: Registro das anotações de um dos participantes

Os outros alunos desenvolveram os cálculos pelo algoritmo da adição, conforme a figura 2:

Figura 2: Exemplo 2 do cálculo do problema da troca das garrafas pet pela moeda Fisgrau



Fonte: Registro das anotações de um dos participantes.

De forma geral, os alunos não apresentaram muitas dificuldades na realização dos cálculos, sendo que somente um aluno que tentou utilizar o algoritmo da divisão não conseguiu fazer os cálculos corretamente. Depois desse momento, foi entregue a eles uma tabela de controle das moedas Fisgraus, contendo o nome, a data, a quantidade de Fisgraus recebidas no dia, os mililitros restantes para as próximas trocas, os depósitos, as retiradas e o saldo atual. Como as moedas ainda estavam sendo confeccionadas, os alunos não preencheram as colunas dos depósitos e retiradas. Segue a tabela entregue a eles:

Tabela 2: *Controle das moedas*

Controle das moedas F$					
Nome					
Data	Quantidade de Fisgraus no dia	Ml restantes para a próxima troca	Depósitos	Retiradas	Saldo Atual (Fisgraus)

Fonte: Os autores

Inicialmente, houve dúvidas de como preencher a tabela. Os alunos estavam colocando os ml que eles não haviam conseguido fazer a troca no campo "Quantidade de F$ no dia" e o mesmo valor no campo "Saldo Atual". Como exemplo, um aluno que conseguiu F$ 3,00 com a troca e havia sobrado 500 ml, deveria colocar no campo "Quantidade de F$ no dia" igual a 3, no campo "ML restantes para a próxima troca" deveria colocar os 500 ml e no campo "Saldo Atual" também deveria colocar 3, conforme a figura 3. Porém, ele havia colocado 3.500 ml na quantidade de F$ recebida no dia e no saldo atual, como mostra a figura 4.

Figura 3: Exemplo de tabela preenchida de forma correta.

Quantidade de fisgraus no dia	Ml restantes para a próxima troca	Depósitos	Retiradas	Saldo Atual (fisgraus)
F$ 3,00	500 ml			F$ 3,00

Fonte: Registro das anotações de um dos participantes.

Figura 4: Exemplo de tabela preenchida de forma incorreta.

Quantidade de fisgraus no dia	Ml restantes para a próxima troca	Depósitos	Retiradas	Saldo Atual (fisgraus)
F$3,500				F$3,500

Fonte: Registro das anotações de um dos participantes.

ISSN: 1984-7114

Após se explicar novamente como eles deveriam preencher a tabela, os alunos conseguiram preenchê-la de forma correta. A seguir, tem-se um exemplo de tabela preenchida.

Figura 5: Exemplo da tabela preenchida

Data 28/05	Quantidade de fisgraus no dia	Ml restantes para a próxima troca	Depósitos	Retiradas	Saldo Atual (fisgraus)
23/07	2FS	[illegible]			2FS
03/09	2FS				4FS
11/09	5FS				9FS
17/09	3FS				12FS
	2FS				14FS

Fonte: Registro das anotações de um dos participantes.

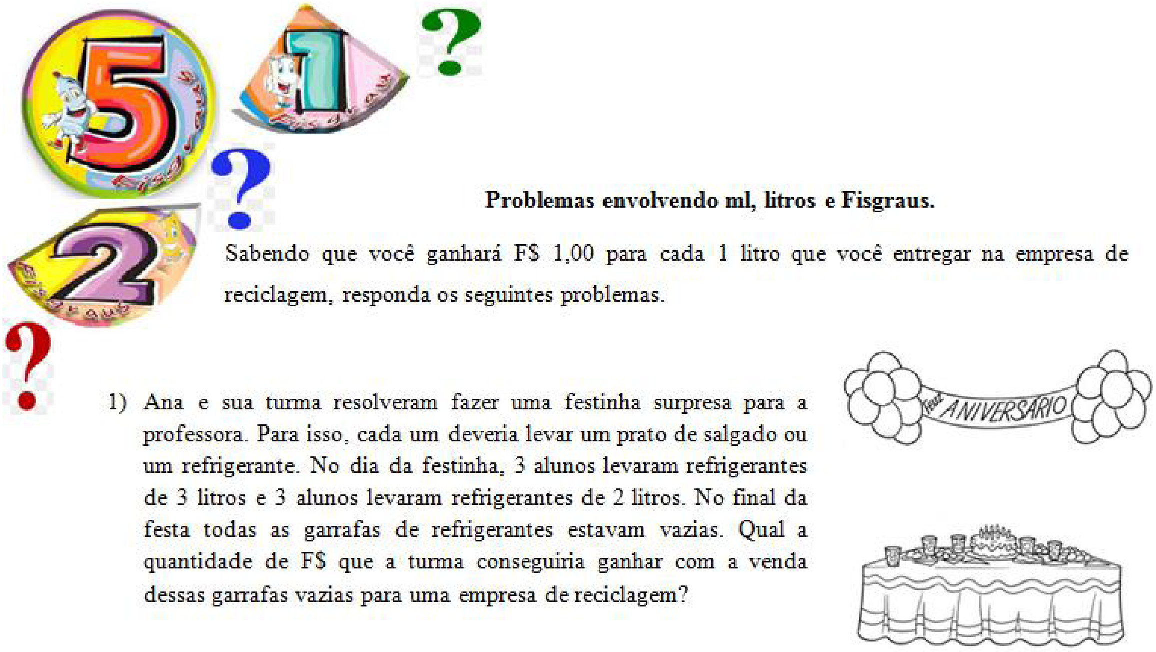
Finalizada essa parte dos cálculos da quantidade de moedas que cada um receberia, focou-se no término da confecção da moeda. Juntamente com o orientador (segundo autor deste texto), decidiu-se fazer três valores de moedas – F$ 5, F$ 2 e F$ 1. Além disso, o formato das moedas seria fracionário em relação à moeda de maior valor e teriam em cada moeda um desenho de um material reciclável. Segue o modelo de cada moeda:

Figura 6: Moedas de F$ 5, F$ 2 e F$

Fonte: Os autores.

Após a confecção das moedas, foi montado um envelope contendo os nomes de cada aluno com a quantidade de moedas Fisgraus conseguidas por eles nas trocas pelas garrafas *pet*. Formularam-se também três situações problemas, envolvendo as unidades de volume mililitros (ml) e litros (l) e a moeda Fisgrau (F$), com o objetivo de verificar se, após a operação com materiais manipuláveis e operações matemáticas muito parecidas com estas dos problemas, os alunos teriam ou não facilidade com a resolução dos problemas por meio de lápis e papel, em situações que simulam a realidade vivenciada por eles nas trocas de garrafas. A seguir, apresentam-se os três problemas formulados:

Figura 7: Problema 1

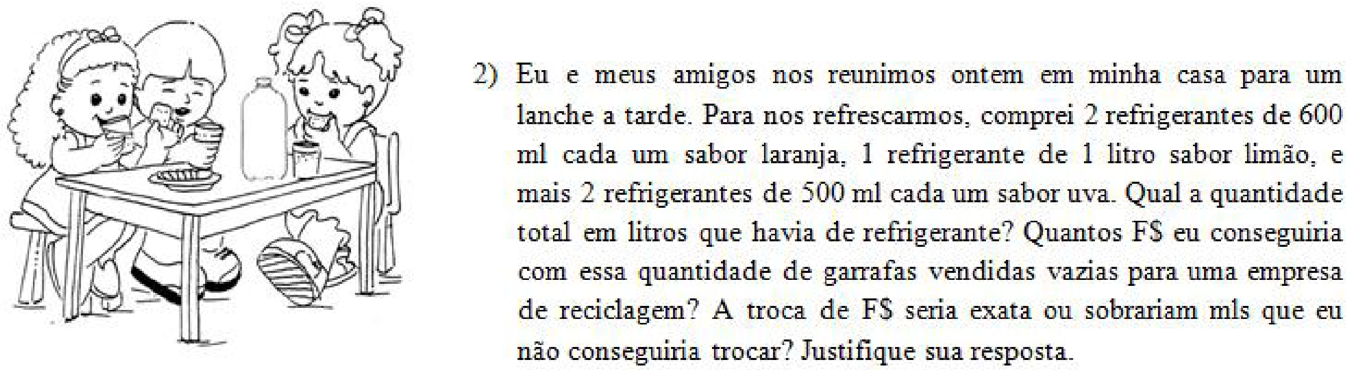

Problemas envolvendo ml, litros e Fisgraus.

Sabendo que você ganhará F$ 1,00 para cada 1 litro que você entregar na empresa de reciclagem, responda os seguintes problemas.

1) Ana e sua turma resolveram fazer uma festinha surpresa para a professora. Para isso, cada um deveria levar um prato de salgado ou um refrigerante. No dia da festinha, 3 alunos levaram refrigerantes de 3 litros e 3 alunos levaram refrigerantes de 2 litros. No final da festa todas as garrafas de refrigerantes estavam vazias. Qual a quantidade de F$ que a turma conseguiria ganhar com a venda dessas garrafas vazias para uma empresa de reciclagem?

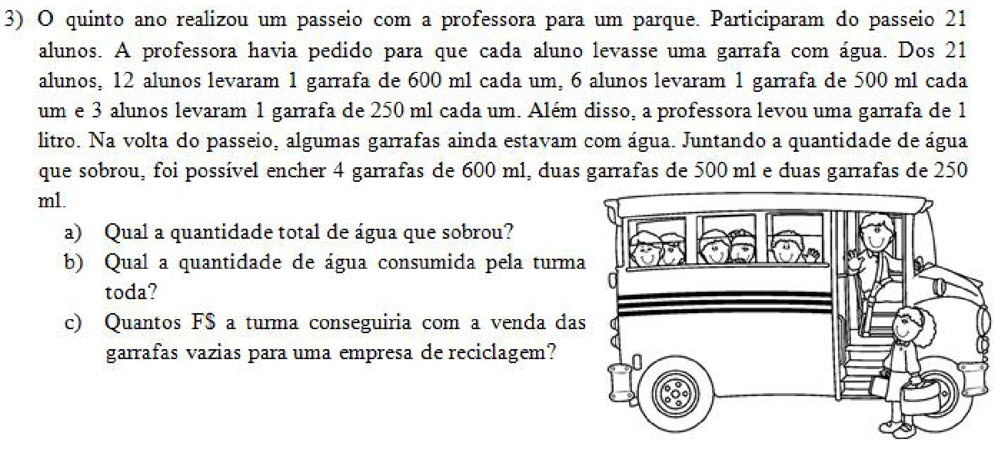
Fonte: Os autores.

Figura 8 - Problema 2


2) Eu e meus amigos nos reunimos ontem em minha casa para um lanche a tarde. Para nos refrescarmos, comprei 2 refrigerantes de 600 ml cada um sabor laranja, 1 refrigerante de 1 litro sabor limão, e mais 2 refrigerantes de 500 ml cada um sabor uva. Qual a quantidade total em litros que havia de refrigerante? Quantos F$ eu conseguiria com essa quantidade de garrafas vendidas vazias para uma empresa de reciclagem? A troca de F$ seria exata ou sobrariam mls que eu não conseguiria trocar? Justifique sua resposta.

Fonte: - Os Autores.

Figura 9: Problema 3


3) O quinto ano realizou um passeio com a professora para um parque. Participaram do passeio 21 alunos. A professora havia pedido para que cada aluno levasse uma garrafa com água. Dos 21 alunos, 12 alunos levaram 1 garrafa de 600 ml cada um, 6 alunos levaram 1 garrafa de 500 ml cada um e 3 alunos levaram 1 garrafa de 250 ml cada um. Além disso, a professora levou uma garrafa de 1 litro. Na volta do passeio, algumas garrafas ainda estavam com água. Juntando a quantidade de água que sobrou, foi possível encher 4 garrafas de 600 ml, duas garrafas de 500 ml e duas garrafas de 250 ml.

a) Qual a quantidade total de água que sobrou?
b) Qual a quantidade de água consumida pela turma toda?
c) Quantos F$ a turma conseguiria com a venda das garrafas vazias para uma empresa de reciclagem?

Fontes: Os autores.

Cada problema foi resolvido em encontros diferentes, sendo que nesses encontros foi realizada a leitura dos problemas juntamente com a turma.

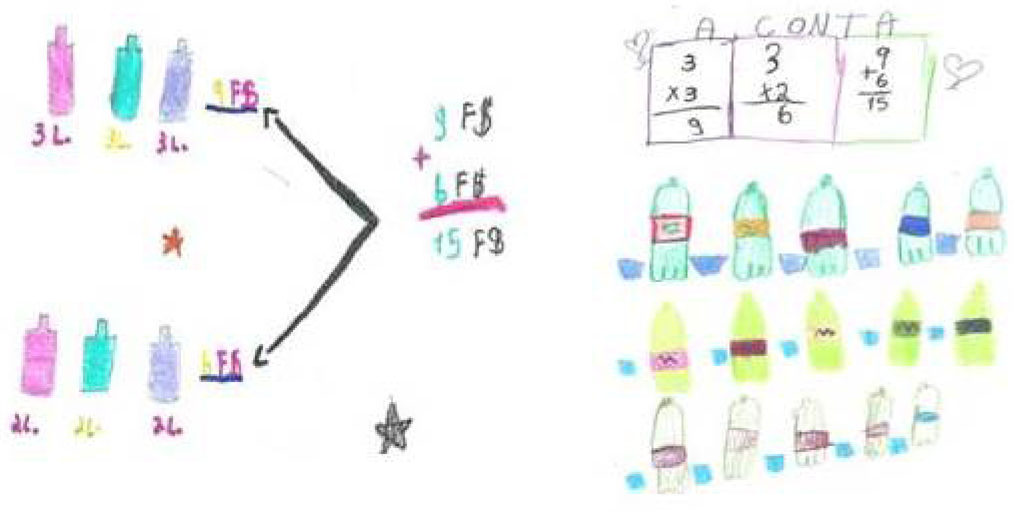
No desenvolvimento do primeiro problema, um aluno se direcionou à primeira autora deste texto e questionou se era para somar todos os valores que estavam no problema, destacando a questão do contrato didático (SILVA; MOREIRA; GRANDO, 1996), em que os alunos acreditam que nos problemas de Matemática devam sempre realizar cálculos com todos os números apresentados no problema. Perguntei a esse aluno o que o problema estava pedindo, e por meio de questionamentos ele compreendeu o que deveria ser feito. Pode-se articular este fato a uma das razões apresentadas por Muniz (2009), pelas quais os alunos não conseguem identificar as operações matemáticas nos problemas, em que o enunciado não evidencia apenas dois números a serem diretamente operados. Resolver o problema não é somente escolher a operação a ser realizada, mas selecionar os dados necessários entre os diversos dados pelo enunciado, o que se evidencia na fala desse aluno, uma vez que ele questionou se a operação a ser feita deveria ser a adição.

Com relação à resolução do problema 2, foi identificado um nível elevado de dificuldade pelos alunos em diferenciar "garrafas" de "litros", sendo que eles estavam tratando o objeto garrafa como a quantidade dela em litros ao interpretar o problema. Tal fato é cultural, ao menos na região onde tais alunos habitam: trata-se como "litro" uma garrafa qualquer. O problema mencionava que havia 2 refrigerantes de 600 ml, 1 refrigerante de 1 litro e 2 refrigerantes de 500 ml, sendo que a primeira pergunta a ser respondida era qual a quantidade total em litros que havia de refrigerante. Eles responderam 5 litros, mas na verdade havia 5 garrafas *pet* com um total de 3.200 litros. Essa dificuldade de interpretação do problema é umas das razões apresentadas por Muniz (2009), pela qual o aluno não consegue identificar as operações matemáticas nos problemas.

Para resolver o terceiro problema, foi realizada a leitura juntamente com os alunos e explicado o que deveria ser feito em cada letra, enfatizando que eram três questões que eles deveriam responder, a), b), c), então deveriam ter três respostas e que eles deveriam identificar o que eles estavam calculando. Uma das duplas solicitou a ajuda do professor que estava aplicando estas atividades (primeira autora), alegando não entender o problema. O problema foi relido com a dupla, sendo os estudantes questionados sobre a quantidade de garrafas. Para isso, foram pegas as garrafinhas de água de alguns alunos na sala e questionou-se: "se uma garrafa tem 600 ml, duas garrafas terá quantos ml?" Elas responderam: "1.200 ml"; "e três?" "1.800 ml"; "e 12 terão quantos ml?" Os estudantes alegaram não saber a resposta. Questionou-se novamente: "quando vocês responderam que há 1.200 ml em duas garrafas qual a operação que vocês fizeram?" Eles responderam que estavam multiplicando a quantidade de garrafas por 600 ml, então perguntamos: "e com 12 garrafas quantos ml serão?" Uma das alunas disse que elas não sabiam dizer, pois não haviam aprendido a "tabuada do 12". Pediu-se para elas efetuarem a operação 12 x 600 e explicou-se que nesse caso se multiplica primeiro a casa da unidade e depois a casa da dezena. Nesse momento elas se recordaram de como se procedia neste tipo de conta e conseguiram fazer o restante do problema sem o auxílio do professor aplicador (primeiro autor). Todo esse processo de mediação de utilizar outros exemplos e questionamentos como "E se isso?", "E se aquilo" para que os alunos pudessem realizar o estudo do problema, que faz referência a uma semi-realidade, apresenta características de um ambiente de aprendizagem pautado num cenário investigativo.

Para a resolução dos três problemas, os alunos utilizaram como estratégias os algoritmos da adição, multiplicação, divisão e subtração, e também a ilustração das garrafas, conforme o exemplo a seguir:

Figura 10 - Estratégias de resolução utilizadas pelos



Fonte: Registro das anotações de um dos estudantes.

Foi pedido também aos alunos que cada grupo utilizasse a criatividade e criasse um problema semelhante ao que eles haviam trabalhado envolvendo garrafas, litros (l), mililitros (ml) e Fisgraus (F$). Além de criarem o problema,

ISSN: 1984-7114

eles deveriam resolvê-los. Nosso objetivo, com tal atividade de elaboração de problemas, foi o de explorar um pouco mais sobre se os participantes já haviam compreendido as operações e os conceitos até aqui discutidos. Segue um dos problemas criado pelos alunos.

> Sofia está completando 9 anos. Para sua festa de aniversário, comprou 4 refrigerantes de 2 litros e 1 refrigerante de 3 litros. Quantos Fisgraus ela conseguirá ganhar vendendo as garrafas vazias?

Figura 11- Resolução do *problema por um dos participantes*

Fonte: Registro das anotações de um dos estudantes.

O problema criado por um dos grupos assemelha-se aos problemas propostos aos alunos. Caracteriza-se como um ambiente de aprendizagem do tipo 3, pautado no paradigma do exercício e que faz referência a uma semi-realidade.

A maioria dos problemas criados caracterizou-se como um ambiente de aprendizagem do tipo 3, pautados no paradigma do exercício e com referência a uma semi-realidade. Esse fato pode ser consequência das aulas baseadas no paradigma do exercício, na qual os alunos reproduzem exercícios a partir de um exemplo ensinado pelo professor. Nesse caso, os alunos provavelmente acabaram seguindo como exemplo os problemas que foram trabalhados anteriormente por eles. Também pode estar relacionado às conjecturas articuladas por Muniz (2009), em que o erro é uma fonte geradora de punições, por conta disso, a possibilidade de punição leva o aluno a não ação, fazendo com que fique aguardando uma pista do professor para mostrar o caminho certo a ser percorrido. Nesse caso,

Doi: 10.14210/contrapontos.v16n3.p541-562

os problemas trabalhados com eles podem ter sido interpretados como uma pista, um caminho a ser seguido pelos alunos, assim, levando-os a produzirem problemas semelhantes.

No último encontro, foi organizada uma comercialização de lanches, em que os alunos utilizaram as moedas adquiridas na troca das garrafas *pet* para a compra destes lanches. Para tanto, cada aluno recebeu a seguinte comanda para anotar o que consumiram e a quantidade, para, ao final, realizarem os cálculos do valor gasto.

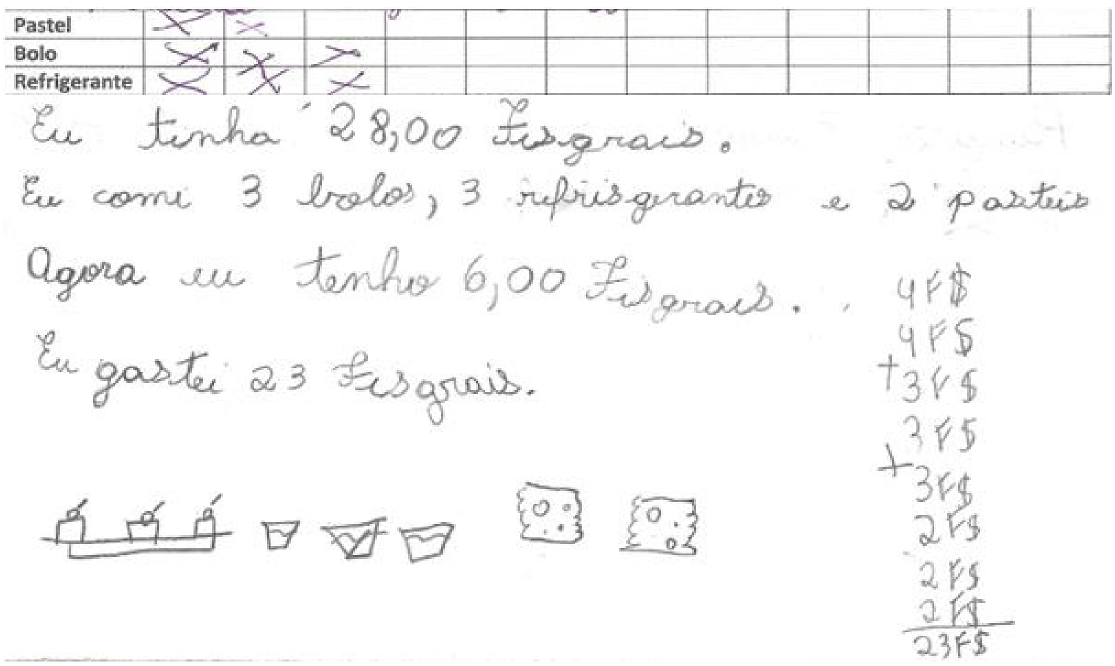
Tabela 2: Comanda entregue a cada aluno.

Nome:									
Pastel									
Bolo									
Refrigerante									

Fonte: Os autores.

Foram vendidos: pedaços de bolo de chocolate por F$ 3,00, pastel por F$ 4,00 e o copo de refrigerante por F$ 2,00. Foi explicado aos alunos que cada um receberia essa comanda em que deveriam anotar a quantidade de consumo de cada item. Como exemplo, se eles comessem dois pedaços de bolo, deveriam marcar um “x” em dois espaços na frente da opção bolo. No final eles deveriam calcular a quantidade de Fisgraus gasta e o saldo final. Segue um exemplo de uma comanda preenchida e os cálculos realizados pelo aluno.

Figura 12: Comanda preenchida



Fonte: Registro das anotações de um dos estudantes.

ISSN: 1984-7114

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Primeiramente, ressalta-se que nem todas as possibilidades criadas num cenário investigativo foram consideradas e discutidas no decorrer do trabalho, abordando-se apenas algumas das possibilidades.

O trabalho num cenário investigativo proporcionou aos alunos a oportunidade de desenvolverem suas próprias estratégias na resolução dos problemas, sem a utilização de roteitros já estabelecidos para tais resoluções, contribuindo, assim, para a autonomia destes. Os sujeitos envolvidos puderam utilizar seus conhecimentos adquiridos na sua vida escolar até o momento. Também o fato de existirem diferentes caminhos e estratégias a serem tomadas e diferentes conclusões a se chegar contribuíram para que os alunos trabalhassem com algumas das diferentes ideias das operações, abandonando, em certa medida, aquelas palavras-chave que sempre associam cada operação com um único conceito, fugindo um pouco assim do "reducionismo conceitual" descrito por Muniz (2009).

A utilização de materiais manipuláveis e a simulação de uma situação de comercialização são fatores que contribuíram para instigar os alunos, gerando, dessa forma, o interesse e o entusiasmo dos mesmos no desenvolvimento da atividade, sendo esse interesse caracterizado como o aceite ao convite para o trabalho num cenário investigativo.

De maneira geral, não foram identificadas grandes dificuldades dos alunos com relação aos cálculos. Pode-se observar que os alunos se utilizaram mais do algoritmo da adição e o algoritmo da multiplicação. Já o algoritmo da subtração foi utilizado apenas por alguns alunos, e o algoritmo da divisão foi utilizado por um único aluno que não obteve sucesso no cálculo. Isso se deve ao fato de se estar trabalhando sem roteiros estabelecidos para a resolução dos problemas, o que levou os alunos a escolherem os caminhos mais fáceis para eles nas resoluções, sendo que, além de utilizarem os algoritmos, os alunos também recoreram às ilustrações como estratégia de resolução.

A partir da atividade desenvolvida, concluiu-se que o trabalho num cenário investigativo se mostrou um ambiente propício à aprendizagem, uma vez que houve o envolvimento dos alunos. Foi possível ainda diagnosticar algumas das dificuldades apresentadas por eles com relação às quatros operações fundamentais (adição, subtração, divisão e multiplicação), bem como incentivar um processo autônomo na interpretação e na resolução dos problemas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FIORENTINI D, MIORIM MA. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática. **Boletim da SBEM** – SP, n. 7, 1990.

MUNIZ CA. Diversidade dos conceitos das operações e suas implicações nas resoluções de classes de situações. In: GUIMARÃES G, BORBA R. **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização** (pp. 101-118). Recife: SBEM, 2009.

NACARATO AM, MENGALI BLS, PASSOS CLB. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

NOGUEIRA CMI, BELLINI M, PAVANELLO RM. **O Ensino de Matemática e das Ciências Naturais nos Anos Iniciais na Perspectiva da Epistemologia Genética**. 1. Ed. Curitiba, PR: CRV, 2013.

RODRIGUES FC, GAZIRE ES. Reflexões sobre o uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.187-196, 2012.

SERRAZINA NL. Maria de Lurdes Serrazina e a formação de professores para o ensino de Matemática nos Anos Iniciais de escolarização**. RPEM – Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, PR, v.3, n.4, 2014. Entrevista concedida a: NOGUEIRA CMI, PAVANELLO RM, BORBA RESR.

SKOVSMOSE O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

Artigo recebido em: 18/12/2015

Aprovado em: 22/05/2016

Endereço para correspondência:

Fábio Alexandre Borges. Rua Venezuela, 414, Jardim Alvorada, Maringá, PR, CEP: 87033-360. E-mail: fabioborges.mga@hotmail.com